

Numerical and experimental analysis of the displacements evolution of reinforced concrete beams under repeated cyclic loads

Análise numérica e experimental da evolução de flechas de vigas de concreto armado sob ações cíclicas repetidas



J. OLIVEIRA FILHO ^a
josafa@ufs.br

G. M. S. ALVA ^b
alva_gerson@yahoo.com.br

R. M. F. CANHA ^c
rejane_canha@yahoo.com.br

A. L. H. C. EL DEBS ^d
analucia@sc.usp.br

Abstract

This paper discusses the structural behavior of reinforced concrete beams subjected to cyclic loadings by numerical and experimental analysis. The main objective was to quantify the increase in deflections of the beams when subjected to repeated loading cycles. Experimental tests with the application of cyclic and monotonic loading were carried out with reduced size beams. The numerical analysis utilized a simplified damage model that is part of the group denominated lumped dissipation models. This model takes into account the damage increase as a function of the increase in the number of cycles, enabling an evaluation of the stiffness loss due to repeated loads. The experimental results not only confirmed the effect of repeated loads on the stiffness loss of beams, but also demonstrated the important influence of the flexural reinforcement ratio on cyclic behavior. Comparisons between the experimental results and those obtained with the numerical model provided support for the potential of the damage model employed in the prediction of the increase of deflections caused by repeated cyclic loading.

Keywords: beams, reinforced concrete, cyclic loads, damage; stiffness loss.

Resumo

O presente trabalho discute o comportamento estrutural de vigas de concreto armado submetidas a carregamentos cíclicos, através de análise numérica e experimental. O objetivo principal é quantificar o crescimento das flechas dessas vigas quando submetidas a ciclos de carga repetida. Foram realizados ensaios experimentais com vigas de tamanho reduzido, com aplicação de carregamento monotônico e cíclico. A análise numérica utiliza um modelo simplificado de dano que se enquadra nos denominados modelos de dissipação concentrada. O referido modelo leva em conta o acréscimo de dano em função do aumento do número de ciclos, podendo assim avaliar a perda de rigidez das vigas decorrente das ações repetidas.

Os resultados experimentais confirmaram não somente o efeito das ações repetidas na perda de rigidez das vigas, mas também reforçam a importante influência da taxa de armadura de flexão no comportamento cíclico. Comparações entre os resultados experimentais e os obtidos com o modelo numérico forneceram indícios do potencial do modelo de dano empregado para a previsão do crescimento de flechas com o carregamento cíclico repetido.

Palavras-chave: vigas, concreto armado, ações cíclicas, dano, perda de rigidez.

^a Universidade Federal de Sergipe, Departamento de Engenharia Civil, josafa@ufs.br, Endereço: Avenida Marechal Rondon, s/n, Jardim Rosa Elze, CEP: 49100-000, São Cristóvão-SE, Brasil;

^b Universidade Federal de Santa Maria, Departamento de Estruturas e Construção Civil, alva_gerson@yahoo.com.br, Endereço: Avenida Roraima, 1000, Cidade Universitária, CEP: 97105-900, Santa Maria-RS, Brasil;

^c Universidade Federal de Sergipe, Departamento de Engenharia Civil, rejane_canha@yahoo.com.br, Endereço: Avenida Marechal Rondon, s/n, Jardim Rosa Elze, CEP: 49100-000, São Cristóvão-SE, Brasil;

^d Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, analucia@sc.usp.br, Endereço: Av Trabalhador São-Carlense, 400, Arnold Schimidt, CEP: 13566-590, São Carlos – SP, Brasil

1. Introdução

Mesmo com todo o avanço da ciência dos materiais e da engenharia de estruturas, verificado nas últimas décadas, é possível afirmar que o concreto continua sendo um material de comportamento altamente complexo. A não linearidade decorrente da fissuração, proveniente, dentre outras causas, do processo de microfissuração interna do concreto, mesmo antes de sua utilização, torna bastante difícil a obtenção de simulações numéricas que permitam reproduzir de forma fiel e realista o comportamento do concreto ao longo de um processo de carregamento, mormente para ações cíclicas.

O concreto armado é, na sua essência, dependente da aderência. Sob o ponto de vista do carregamento, a aderência é fortemente afetada pelo tipo de ação imposta à estrutura. As ações cíclicas, que se fazem sentir pela variação do tempo de aplicação da carga, caracterizam-se por imprimir uma determinada amplitude de tensão. As ações cíclicas impõem diminuição da aderência e aumento das deformações da estrutura devido ao aumento e propagação das fissuras no concreto.

Nos últimos anos, pesquisas têm sido dirigidas para o estudo dos efeitos das ações cíclicas sobre as estruturas de concreto armado (incluindo as reforçadas com materiais compósitos) no âmbito dos estados limites de ruptura por fadiga [1-4] e no âmbito da degradação da ligação aço-concreto [5-9]. No Brasil, especificamente sobre o comportamento de vigas de concreto armado submetidas a ações cíclicas repetidas, podem ser citados os trabalhos de Braquim [10] e de Oliveira Filho [11].

No entanto, mesmo diante desses avanços conseguidos, as normas vigentes nos países, notadamente no Brasil, continuam a adotar suas recomendações baseadas em pesquisas realizadas com carregamento monotônico.

Entender cada um desses materiais isoladamente (o aço e o concreto) e entender, principalmente, o funcionamento desses materiais quando trabalhando em conjunto (concreto armado) continua sendo, portanto, preocupação e motivação constante e atual.

O presente trabalho possui dois objetivos centrais: i) apresentar resultados experimentais que quantificam a evolução de flechas decorrentes de ações cíclicas repetidas em vigas de concreto armado; ii) propor o emprego de um modelo teórico simples e consistente capaz de prever a evolução das flechas ao longo dos ciclos, considerando parâmetros importantes, como a taxa de armadura. Os resultados experimentais apresentados neste trabalho foram obtidos da tese de doutorado de Oliveira Filho [11] – o qual realizou uma investigação experimental do comportamento de vigas de concreto armado submetidas a carregamento monotônico e cíclico. Com referência ao modelo teórico, propõe-se neste trabalho uma adaptação do modelo de dano apresentado por Picón e Flórez-López [12]. A comparação dos resultados teóricos com resultados obtidos experimentalmente permitiu avaliar o potencial do modelo abordado em simulações com cargas cíclicas repetidas.

2. Ensaio em vigas de concreto armado

Foram realizados ensaios com carregamento cíclico repetido em

Figura 1 – Esquema geral e detalhe das armaduras das vigas de seção retangular (dimensões em mm)

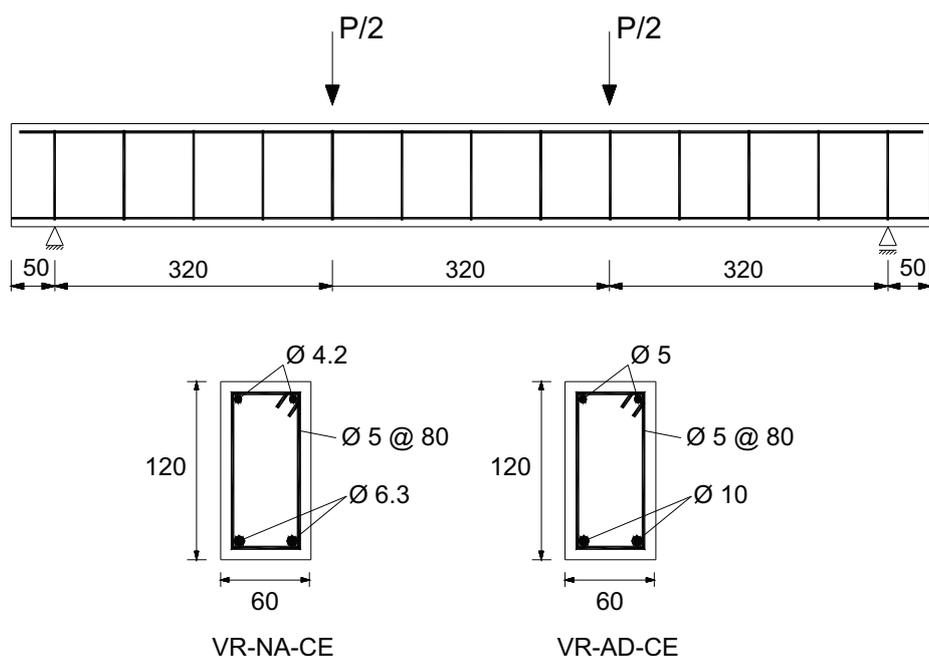
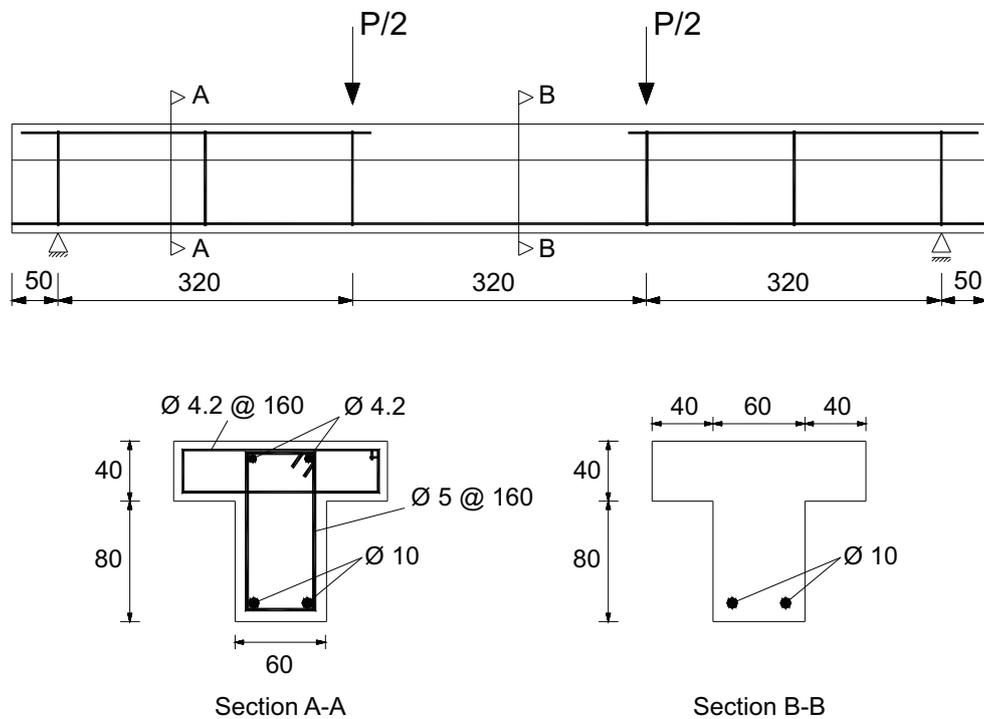


Figura 2 - Esquema geral e detalhe das armaduras da viga VT-NA-SE-02 (dimensões em mm)



vigas de concreto armado. Nesses ensaios, procurou-se determinar a perda de rigidez dessas vigas decorrente da aplicação dos ciclos de carga, por meio de medição de deslocamentos verticais e de deformações nas armaduras e no concreto comprimido. O equipamento usado para a realização dos ensaios foi um atuador servo-hidráulico da marca INSTRON com capacidade de carga de

500 kN, pertencente ao Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (LE-EESC).

São apresentados nesse trabalho os resultados de ensaios em sete vigas, nas quais se aplicaram inicialmente cargas cíclicas repetidas com posterior descarregamento e aplicação de carga monotônica até a ruptura.

Figura 3 - Posicionamento dos extensômetros nas vigas

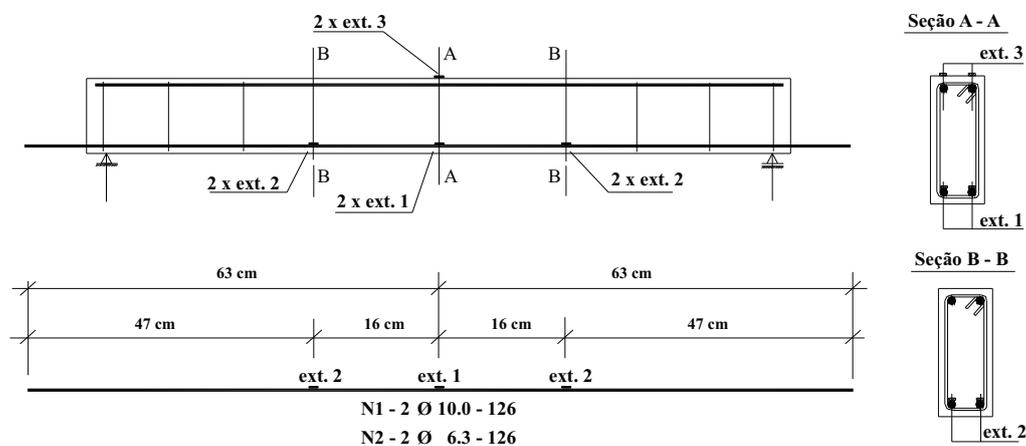
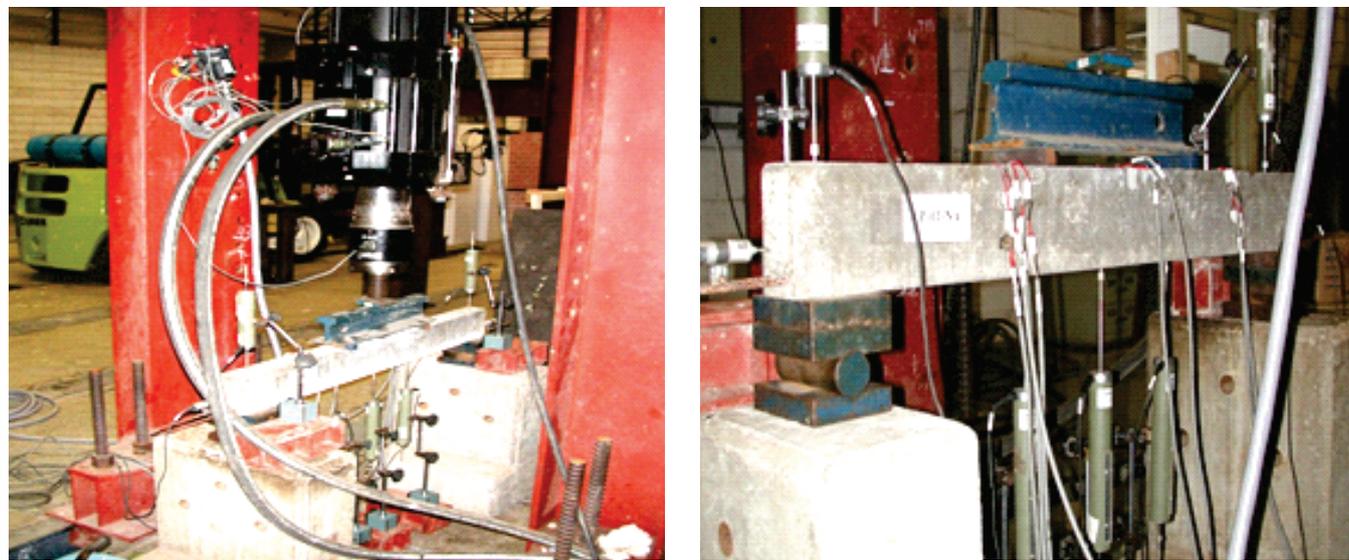


Figura 4 – Pórtico de reação, aplicação das cargas e instrumentação das vigas



As vigas foram moldadas em tamanho reduzido, com seção transversal retangular e tipo “T”. Nas Figuras 1 e 2 são mostradas a geometria, os detalhes das armaduras e o esquema de carregamento das vigas.

As vigas ensaiadas foram divididas em três grupos (I, II e III): O grupo I é composto de três vigas de seção transversal retangular, dimensionadas como seção sub-armada (VR-NA),

Tabela 1 – Quadro resumo de cargas de ruptura para as vigas de referência

Vigas	Carga de ruptura (kN) – Prevista	Carga de ruptura (kN) – Ensaio	Tipo de Ruptura – Ensaio
VR-NA-T	21,0	22,0	(1)
VR-AD-T	52,0	55,4	(1)

(1) Esmagamento do concreto com escoamento da armadura longitudinal tracionada

próximo à fronteira dos domínios 2 e 3, forçando as vigas a trabalharem como seção normalmente armada, armadas com estribos (CE). A primeira viga ensaiada do grupo I (VR-NA-T) foi usada como referência para avaliação da carga de ruptura e para determinação da frequência a ser usada posteriormente no ensaio cíclico das duas vigas restantes (VR-NA-CE-01 e VR-NA-CE-02).

Tabela 2 – Parâmetros dos ensaios das vigas do grupo I, II e III: etapa cíclica e de ruptura

Viga	$P_{m\acute{a}x}$ (kN)	$P_{m\acute{i}n}$ (kN)	Número de ciclos	$P_{u,teor}$ (kN)	$P_{u,exp}$ (kN)	Tipo de ruptura – Ensaio
VR-NA-CE-01	18	8	25000	21	22,0	(1)
VR-NA-CE-02	20	8	15000	21	25,0	(1)
VR-AD-CE-01	45	20	30000	52	56,2	(1)
VR-AD-CE-02	47	20	30000	52	56,6	(1)
VT-NA-SE-02	44	20	30000	52	57,6	(1)

(1) Esmagamento do concreto com escoamento da armadura longitudinal tracionada

$P_{u,teor}$ = carga de ruptura teórica estimada

$P_{u,exp}$ = carga de ruptura experimental

Figura 5 – Modo de ruptura das vigas do grupo II (VR-AD-CE)



O grupo II é composto de três vigas de seção transversal retangular, dimensionadas com armadura dupla (VR-AD), portanto com maior participação da armadura longitudinal de compressão no aumento da ductilidade da seção (evitando assim o domínio 4), armadas com estribos (CE). A primeira viga ensaiada do grupo II (VR-AD-T) foi usada como referência para avaliação da carga de ruptura.

O grupo III é composto de 1 (uma) viga de seção transversal tipo "T", dimensionada como seção sub-armada (VT-NA), armada sem estribos (SE) na zona de momento fletor constante.

Os fios de diâmetro de 4.2mm e de 5.0mm são de aço CA-60 e as barras de diâmetro de 6.3mm e de 10mm são de aço CA-50.

Com relação ao concreto, foram obtidos nos ensaios de caracterização os seguintes valores: resistência média à compressão igual a 40,13 MPa; módulo de elasticidade secante igual à 26781 MPa; resistência média à tração (obtida no ensaio de compressão diametral) igual à 3,20MPa.

Figura 6 – Deformações no concreto e na armadura longitudinal tracionada da viga VR-NA-CE-02

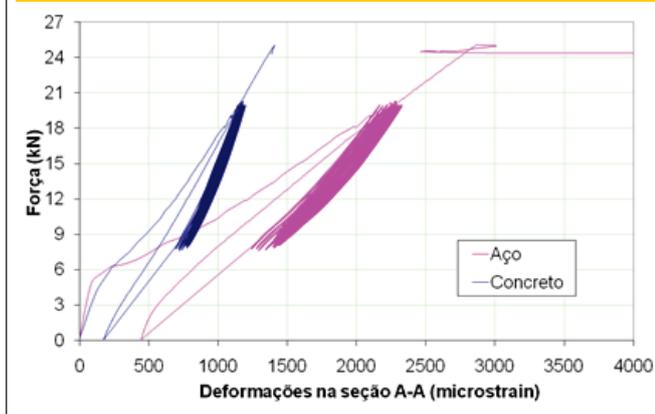
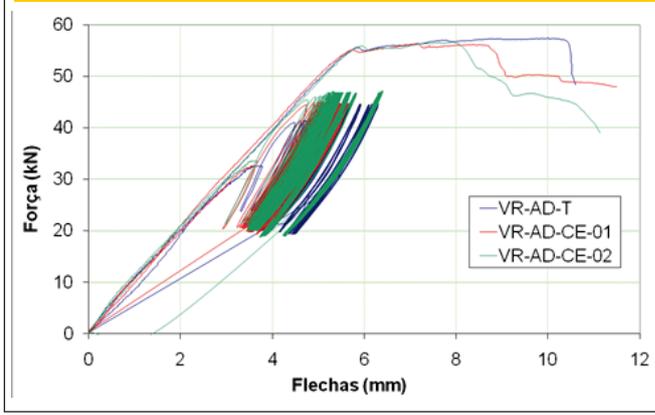


Figura 7 – Evolução das flechas das vigas do grupo II



A instrumentação de todas as vigas foi feita com extensômetros elétricos colocados na armadura e na superfície do concreto para os dois grupos de vigas. Para as vigas dos grupos I e II, os extensômetros de nº 1 e 2 foram colocados nas armaduras longitudinais de flexão e o extensômetro nº 3 na face superior do concreto, nas posições mostradas na Figura 3.

A Figura 4 mostra o pórtico de reação, com a viga posicionada, o atuador hidráulico, a célula de carga e, ainda, a instrumentação da viga, apoio e sistema de carga.

Inicialmente foram realizados os ensaios de referência (T), para determinação da carga de ruptura. Foram realizados ensaios com uma das três vigas dos grupos I e II. Um quadro resumo contendo o valor da carga de ruptura prevista e o valor da carga de ruptura obtida no ensaio dessas vigas é apresentado na Tabela 1.

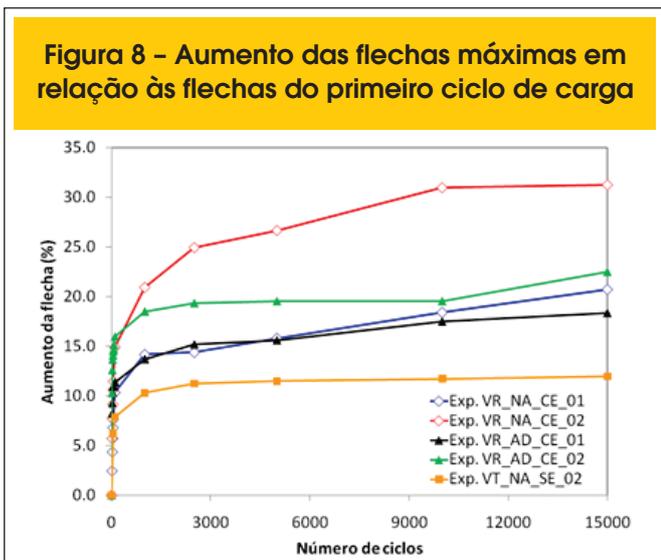
A Tabela 2 mostra um resumo dos principais parâmetros dos ensaios das demais vigas dos grupos I, II e III.

As cargas de rupturas teóricas foram avaliadas a partir do cálculo usual de seções armadas em regime de ruptura por solicitações normais. No cálculo dessas cargas foram utilizados os valores médios de deformabilidade e de resistência dos materiais, obtidos nos ensaios de caracterização do concreto e do aço.

O valor mínimo (limite inferior) definido para o carregamento cíclico (38% da carga de ruptura teórica) procurou representar as cargas permanentes de estruturas submetidas a cargas cíclicas repetidas, como em pontes e viadutos. O valor máximo (limite superior) do carregamento cíclico teve a intenção de representar uma situação que ocorre durante muitas vezes durante a vida útil de uma estrutura submetida a cargas repetidas (da ordem de 10^5 vezes). Em pontes, por exemplo, essa situação consiste na atuação das cargas permanentes somadas às cargas móveis, sendo em projeto representada pela combinação frequente do Estado Limite de Serviço.

O número total de ciclos utilizado nos ensaios foi definido por uma limitação operacional – número máximo de ciclos possível em um dia de trabalho sem interrupções no funcionamento do atuador e das leituras do ensaio. Dessa forma, os ensaios representaram entre 15% a 30% da ordem de repetições que caracterizam a combinação frequente.

A frequência de aplicação do carregamento esteve entre 1,0 a 2,0



Hz. A taxa da aquisição de dados permitiu, aproximadamente, vinte leituras por ciclo.

Após a etapa cíclica, as vigas foram levadas à ruptura, observando-se em todas o esmagamento do concreto com o escoamento das armaduras longitudinais tracionadas. A figura 5 ilustra o modo de ruptura das vigas do grupo II (VR-AD-CE).

Foi possível notar o crescimento das deformações nos materiais e o crescimento das flechas nas vigas durante os ciclos de carga, conforme indicam as figuras 6 e 7. A figura 6 mostra a evolução das deformações durante a etapa cíclica e imediatamente antes da ruptura, para a viga VR-NA-CE-02. A figura 7 mostra a evolução das flechas nas vigas do grupo II na etapa cíclica e na etapa seguinte, quando foram levadas à ruptura.

O gráfico da figura 8 resume o aumento percentual da flecha máxima para as cinco vigas analisadas na etapa cíclica após 15000

ciclos. Percebe-se que as vigas com menores taxas de armaduras - as do grupo I (VR-NA-CE) - apresentaram crescimentos de flechas maiores que as demais, confirmando a influência da quantidade de armadura longitudinal no aumento das flechas durante os ciclos de carga.

3. Modelo teórico empregado

O modelo teórico empregado neste trabalho deriva dos trabalhos de Cipollina e Flórez-López [13] e Picón e Flórez-López [12] aplicáveis a estruturas lineares de concreto armado submetidas predominantemente à flexão. Os referidos modelos baseiam-se na Mecânica do Dano e enquadram-se nos denominados modelos de dissipação concentrada. Nesses modelos admite-se, como simplificação, que os processos dissipativos de danificação do concreto e da plastificação das armaduras em um elemento se concentram em *rótulas* de comprimento nulo nas extremidades, mantendo-se o comportamento elástico-linear no restante do elemento. Dessa forma, a não-linearidade física é representada por variáveis de dano nas extremidades (d_i e d_j) - as quais quantificam a perda de rigidez à flexão produzida pelo processo de fissuração do concreto (Figura 9) - e por rotações plásticas nas extremidades decorrentes das deformações plásticas das armaduras de flexão. A partir da curva momento-rotação de uma seção de concreto armado, a Figura 10 ilustra os principais parâmetros de entrada dos referidos modelos: o momento de fissuração (M_f), o momento de plastificação (M_p), o momento último ou resistente (M_u) e a rotação plástica última (θ_{pu}) associada à capacidade de rotação plástica. Tais parâmetros podem ser obtidos com o cálculo clássico de seções armadas.

Neste trabalho, apresenta-se inicialmente a formulação para o caso de ações monotônicas e cíclicas sem fadiga, a qual serviu como base para a formulação aplicável ao caso de ações cíclicas repetidas com a consideração da perda de rigidez decorrente dos ciclos de carregamento.

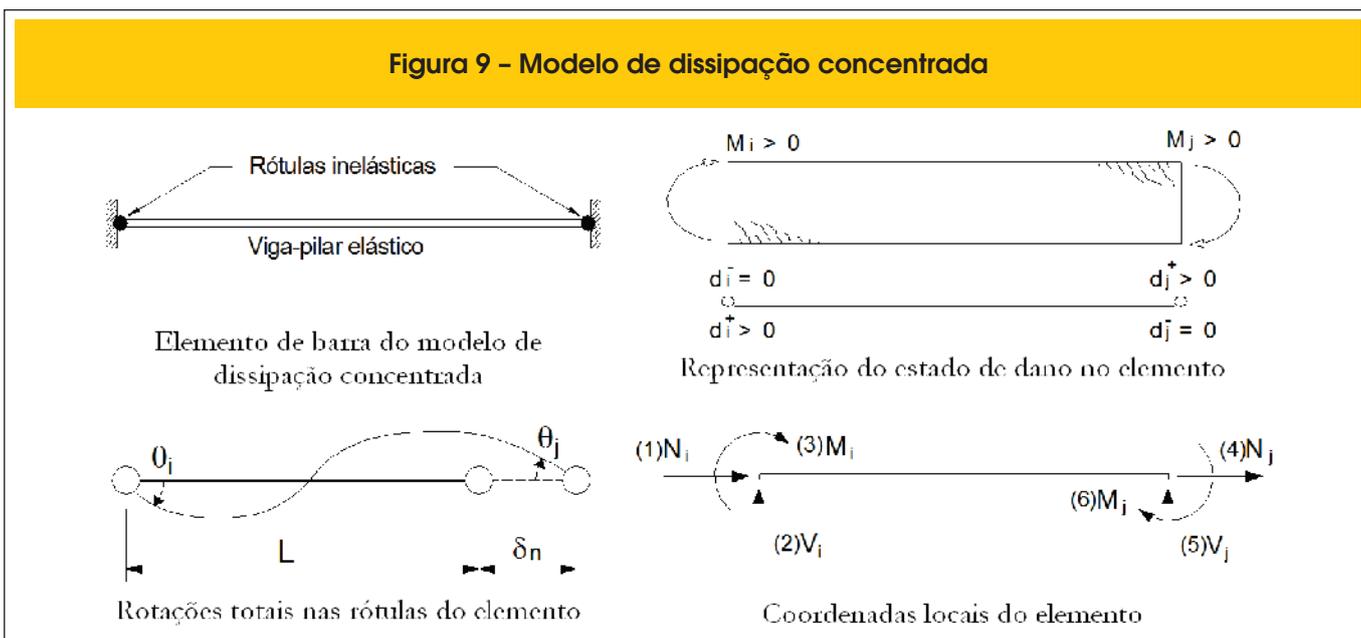
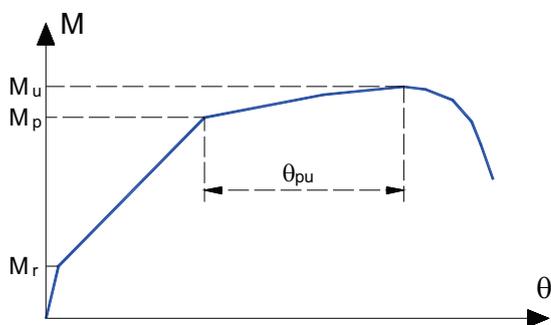


Figura 10 – Principais parâmetros dos modelos de dissipação concentrada abordados no trabalho



Principais Parâmetros de entrada

- M_r = momento de fissuração
- M_p = momento de plastificação
- M_u = momento último
- θ_{pu} = rotação plástica última (capacidade de rotação plástica)

Para ações monotônicas e cíclicas sem fadiga, emprega-se o modelo proposto por Alva [14, 15], o qual resultou no aperfeiçoamento dos modelos propostos por Cipollina e Flórez-López [13] e Flórez-López [16]. Estes propuseram duas funções para a consideração dos efeitos não-lineares: uma função limite que controla a evolução do dano e outra função limite que controla a evolução das rotações plásticas. Esta última não será aplicada neste trabalho, pois a mesma não captura deformações permanentes decorrentes de ciclos de carregamento para solicitações inferiores ao momento de plastificação.

Tendo em vista essa limitação e considerando a magnitude das cargas cíclicas aplicadas às vigas na investigação experimental (inferiores às que causariam o escoamento das armaduras longitudinais), será empregado nas simulações numéricas um modelo não-linear elástico, abordando-se apenas as funções que controlam a evolução do dano.

3.1 Formulação para ações monotônicas ou cíclicas sem fadiga

A função limite que controla a evolução da variável de dano, para cada extremidade, é expressa por:

$$g = G - R \tag{1}$$

com

$$G = \frac{1}{2S} \left(\frac{M}{1-d} \right)^2$$

$$R = G_{cr} - e^{-\gamma(1-d)} \cdot q \frac{\ln(1-d)}{(1-d)}$$

$$S = 4EI/L$$

$$G_{cr} = \frac{M_r^2}{2S}$$

onde:

G é o momento termodinâmico e R representa a resistência à fissuração.

M é o momento na extremidade do elemento;

d é o valor do dano na extremidade do elemento;

EI é a rigidez à flexão da barra íntegra (sem fissuração);

L é comprimento do elemento;

M_r é o momento de fissuração;

G_{cr} é o valor de G quando $M=M_r$ e $d=0$

γ é um parâmetro (adimensional) que controla a perda de rigidez à flexão após o início da fissuração. É um parâmetro de entrada do modelo e que depende, em especial, da taxa de armadura longitudinal de tração (ou seja, γ não é um parâmetro livre). Quanto menor a taxa de armadura, maior a perda de rigidez e, portanto, maior o valor do parâmetro γ .

A constante q é obtida a partir da condição de $g=0$ e da condição de que o momento é máximo quando $M=M_u$ (momento último ou resistente). A obtenção detalhada deste parâmetro é encontrada em ALVA [14, 15, 17]. A evolução da variável de dano segue as seguintes condições:

$$\begin{aligned} \Delta d = 0 & \quad \text{se } g < 0 \quad \text{ou } dg < 0 \\ \Delta d \neq 0 & \quad \text{se } g = 0 \quad \text{ou } dg = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Com base em tais condições, obtém-se o incremento da variável de dano:

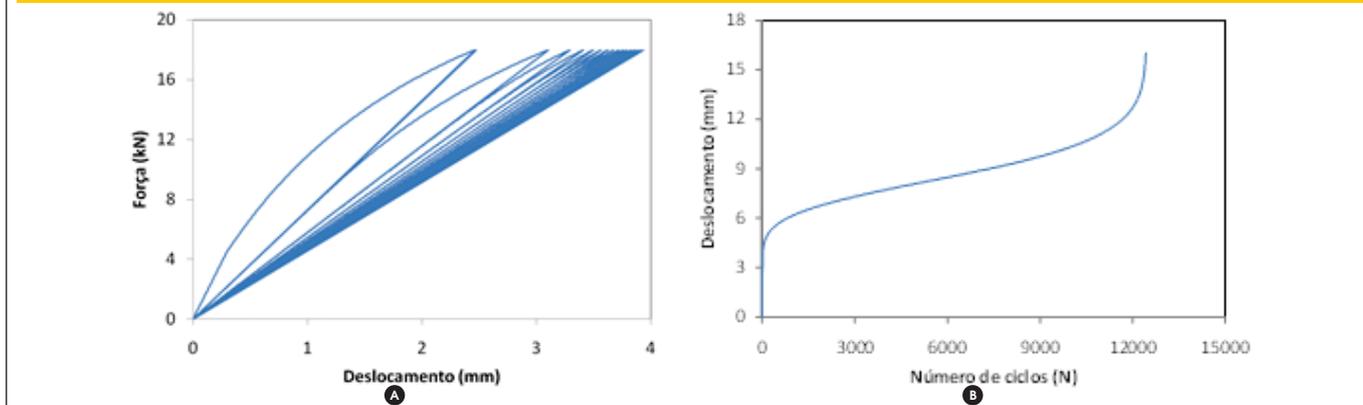
$$\Delta d = \frac{\langle dG \rangle}{\frac{\partial R}{\partial d}} \tag{3}$$

onde

$$\frac{\partial R}{\partial d} = \gamma \cdot e^{-\gamma(1-d)} \cdot q \cdot \left[\frac{h(1-d)}{(1-d)} \right] + e^{-\gamma(1-d)} \cdot q \cdot \left[\frac{h(1-d)-1}{(1-d)^2} \right]$$

A matriz de rigidez de um elemento de pórtico plano com seis graus

Figura 11 – Resultados fornecidos pelo modelo numérico proposto em viga de concreto armado submetida a cargas verticais cíclicas: a) Carga aplicada vs. flecha; b) Evolução da flecha com o número de ciclos



de liberdade que inclui os efeitos da danificação nas extremidades (d_i e d_r) é apresentada em ÁLVARES [18] e em ALVA [14,15].

3.2 Formulação proposta para o caso de ações cíclicas repetidas com fadiga

No caso de ações cíclicas em geral, o acréscimo do dano nos materiais não ocorre somente em função do nível de sollicitação, mas também em função dos ciclos de carregamento. Em vigas de concreto armado, os efeitos deletérios das sollicitações cíclicas podem estar associados à ruptura por fadiga do concreto, à ruptura por fadiga da armadura ou à perda de aderência aço-concreto. Nesse sentido, pode-se citar o modelo proposto por Picón e Flórez-López [12] aplicável ao caso de ações cíclicas com inversão de sinal. O referido modelo utiliza uma formulação similar à apresentada por Cipollina e Flórez-López [13] e Flórez-López [16], porém inclui um parâmetro adicional na lei de evolução de dano. Dessa forma, o incremento da variável de dano passa a ser obtido por:

$$\Delta d = \frac{G^z}{R^z} \frac{\partial R}{\partial d} \langle dG \rangle \text{ se } G \geq G_{cr} ; \Delta d = 0 \text{ se } G < G_{cr} \quad (4)$$

onde z é um parâmetro que controla o incremento de dano por fadiga.

Picón e Flórez-López [12] propõem que o parâmetro z seja variável no decorrer da análise numérica e dependente dos valores de dano alcançados, segundo um polinômio do segundo grau. Vale destacar que, *quanto menores os valores de z , maiores são os efeitos da perda de rigidez por fadiga* (ou seja, decorrente dos ciclos de carga). Com base em resultados experimentais de vigas – incluindo os obtidos por Oliveira Filho [11] – e com base em diversas simulações numéricas, propõe-se neste trabalho que o parâmetro z seja determinado a partir da seguinte expressão genérica para o caso de ações cíclicas repetidas:

$$z = A.d^4 \quad (5)$$

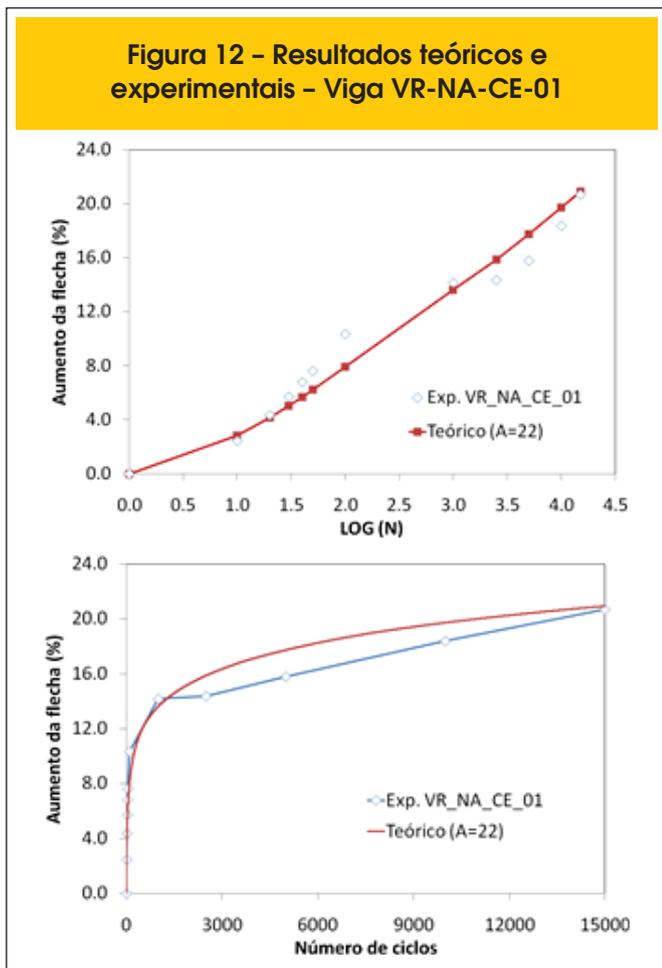
onde A é uma constante que deve ser obtida experimentalmente em ensaios cíclicos.

A Figura 11 ilustra um exemplo da resposta numérica fornecida pelo modelo não-linear elástico em viga de concreto armado submetida a cargas verticais concentradas nos terços dos vãos. A viga em questão contém as mesmas características mecânicas e geométricas da viga VR-NA-CE-01, abordada no item 2, porém foi submetida a cargas cíclicas repetidas com amplitude de carga aplicada correspondente a 80% da carga de ruptura, sendo a carga mínima igual a zero.

Tabela 3 – Parâmetros de entrada do modelo numérico e número de ciclos analisados

Viga	M_r (kN.cm)	M_p (kN.cm)	M_u (kN.cm)	γ	Número de ciclos
VR_NA_CE_01	71	317	376	3,5	15000
VR_NA_CE_02	71	317	376	3,5	15000
VR_AD_CE_01	71	880	902	1,0	15000
VR_AD_CE_02	71	880	902	1,0	5000
VT_NA_SE_02	98	888	922	2,5	15000

Figura 12 – Resultados teóricos e experimentais – Viga VR-NA-CE-01



Os resultados apresentados na Figura 11 indicam que o modelo numérico considera a perda de rigidez decorrente do carregamento cíclico. Na Figura 11b, o modelo fornece uma curva flecha x número de ciclos caracterizada por três trechos distintos. No primeiro trecho, o aumento da flecha é bastante pronunciado, tendendo a uma estabilização no segundo trecho. O terceiro trecho da curva evidencia a proximidade da ruptura, onde as flechas crescem de forma bastante acentuada – coerente com o que se observa experimentalmente em materiais submetidos a processos de fadiga de baixa intensidade (low-cycle fatigue) e de alta intensidade (high-cycle fatigue).

Embora o modelo numérico tenha potencial para reproduzir a ruptura por fadiga (Figura 11), o termo *fadiga* utilizado no modelo teórico deste trabalho refere-se ao dano (perda de rigidez à flexão) causado pela perda de aderência aço-concreto durante o carregamento cíclico repetido.

O modelo teórico com a expressão proposta para o cálculo do parâmetro z (Equação 5) foi implementado em rotina computacional desenvolvida em linguagem FORTRAN aplicada à análise não-linear de pórticos planos com controle de forças. Para a solução numérica do problema não-linear, utilizou-se o procedimento incremental-iterativo de Newton-Raphson (Padrão), onde a matriz de rigidez tangente é atualizada a cada iteração. Utilizou-se como critério de convergência o relacionado à norma de resíduos de forças.

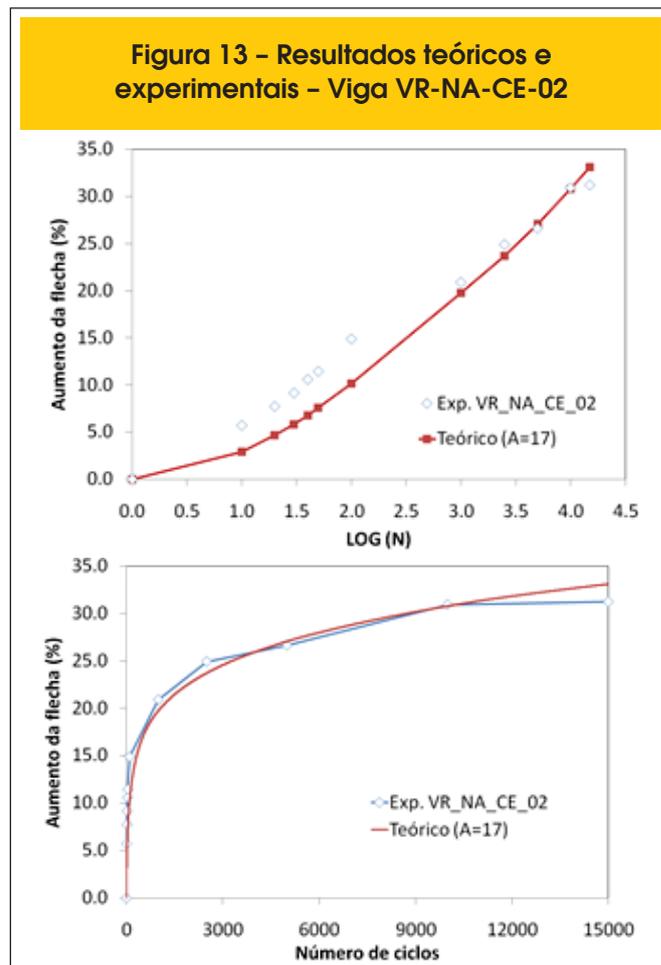
4. Comparação e análise de resultados

Neste trabalho foram comparados os resultados experimentais de cinco vigas ensaiadas por Oliveira Filho [11] com os resultados teóricos fornecidos pelo modelo de dano. A Tabela 3 contém os parâmetros de entrada do modelo numérico e o número de ciclos utilizado para a comparação com os resultados experimentais.

Na viga VR-AD-CE-02 as comparações entre resultados experimentais e teóricos limitaram-se ao ciclo 5000, a partir do qual foi observado um deslizamento horizontal de alguns centímetros em um dos apoios. Na viga VR-NA-CE-01, os efeitos dos deslocamentos de apoio nas flechas puderam ser corrigidos a partir dos próprios resultados experimentais coletados e a partir da análise da tendência de crescimento das flechas.

Os parâmetros M_r , M_p e M_u foram obtidos a partir dos resultados experimentais. Para fazer uma avaliação mais precisa do parâmetro γ , foram realizadas simulações numéricas empregando-se um modelo mais refinado. Tal modelo consistiu na discretização da viga em 12 elementos e no emprego de diagramas momento-curvatura para a obtenção da rigidez à flexão das seções. No Estádio II, empregou-se a expressão de Branson. No Estádio III admitiu-se trecho linear para o diagrama momento-curvatura entre o início da plastificação das armaduras e o momento último. A partir de gráficos do tipo carga aplicada x flecha fornecidos pelo modelo de

Figura 13 – Resultados teóricos e experimentais – Viga VR-NA-CE-02



dano e pelo modelo dito mais refinado, chegaram-se aos valores de γ indicados na Tabela 3.

Os gráficos das Figuras 12 a 16 indicam o aumento da flecha das vigas ao longo dos ciclos de carga (em relação ao primeiro ciclo). Nessas Figuras, estão indicados os valores da constante A que melhor se ajustaram aos resultados experimentais.

Os gráficos das Figuras 12 a 16 mostram que o modelo numérico com a formulação proposta possui um bom potencial para a previsão da perda de rigidez e do aumento das flechas em vigas de concreto armado com carregamento cíclico repetido. Entretanto, é necessário que se faça uma boa avaliação dos valores assumidos pela constante A, em função das principais variáveis que influenciam o problema.

A Tabela 4 contém os valores das variáveis de dano ao longo dos ciclos de carga e os valores de A que melhor se ajustaram aos resultados experimentais.

O principal parâmetro variável entre as vigas do grupo VR-AD e do grupo VR-NA foi a taxa geométrica de armadura longitudinal de tração. A comparação entre os gráficos das Figuras 12 e 13 com os das Figuras 14 e 15 mostram, de uma forma geral, que o aumento da armadura longitudinal de tração diminuiu a perda de rigidez decorrente do carregamento cíclico. No que se refere ao modelo numérico, o aumento dessa armadura resultou no aumento dos valores da constante A que melhor se ajustam aos

resultados experimentais. Comparando os resultados da viga VT-NA-SE-02 com as vigas do grupo VR-NA, conclusões similares podem ser tiradas a respeito da influência da armadura.

As vigas do grupo VR-AD possuem uma taxa de armadura geométrica duas vezes e meia maior que as vigas do grupo VR-NA. Vale notar que, os valores de A das vigas do grupo VR-AD são maiores que os das vigas do grupo VR-NA, aproximadamente na mesma proporção (cerca de 2,3 vezes).

Entretanto, a amplitude do carregamento em relação à carga de ruptura não foi exatamente a mesma nas vigas dos grupos VR-NA e VR-AD, estando compreendida entre 0,445 e 0,480 se considerada a carga de ruptura experimental e entre 0,476 e 0,571 se considerada a carga de ruptura teórica estimada. Para a viga VT-NA-SE-02, essa relação foi de 0,347 (carga de ruptura experimental) e 0,385 (carga de ruptura teórica estimada).

Deve-se frisar que, nos materiais em geral, quanto maior a amplitude do carregamento, maior é a danificação ao longo dos ciclos. Dessa forma, espera-se que, para uma mesma taxa de armadura, quanto maior a amplitude do carregamento cíclico, menor seja o valor de z do modelo numérico (e, portanto, menor o valor da constante A).

Com o objetivo de melhorar a análise em função das variáveis envolvidas e de se obter uma estimativa da ordem de grandeza da constante A para casos mais gerais, duas suposições serão feitas:

Figura 14 - Resultados teóricos e experimentais - Viga VR-AD-CE-01

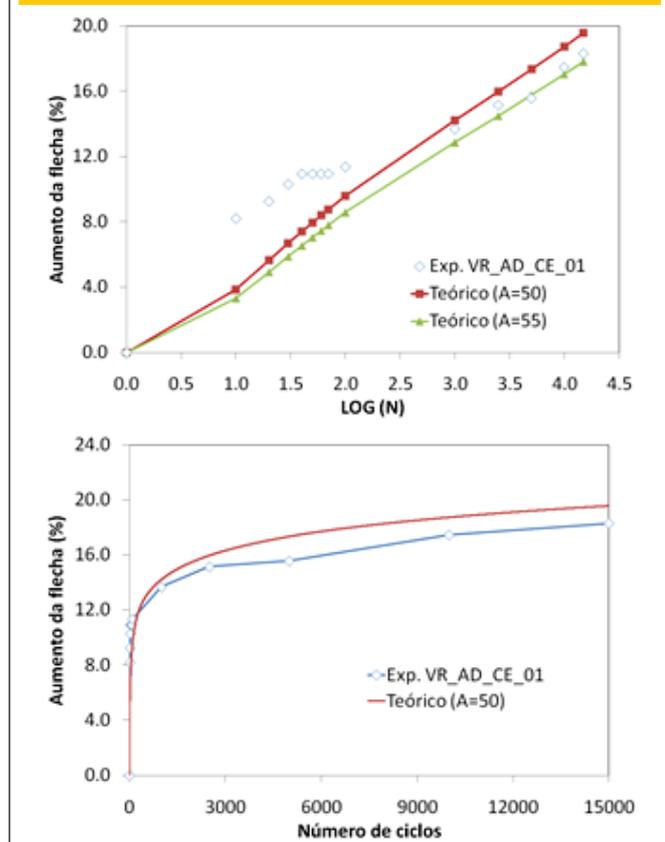


Figura 15 - Resultados teóricos e experimentais - Viga VR-AD-CE-02

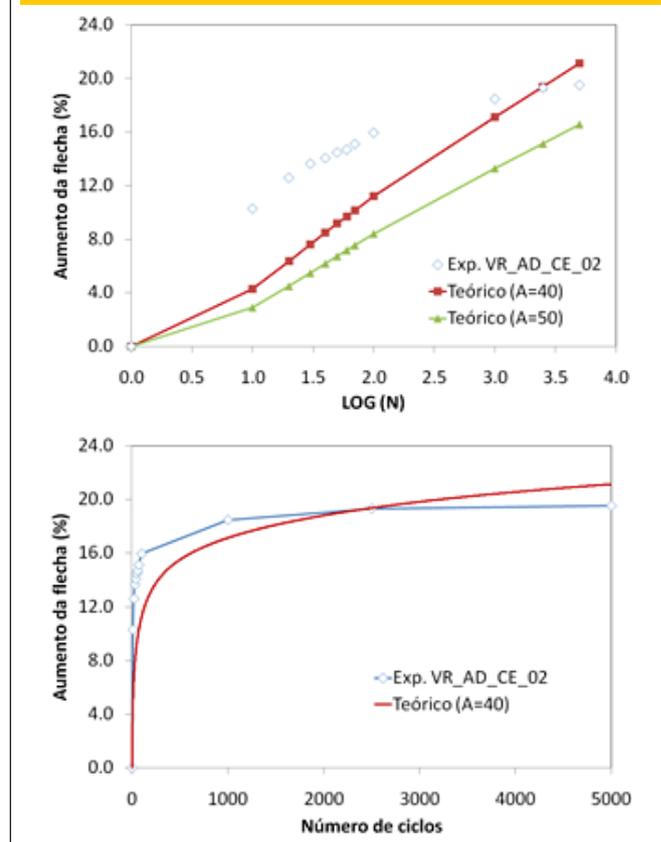
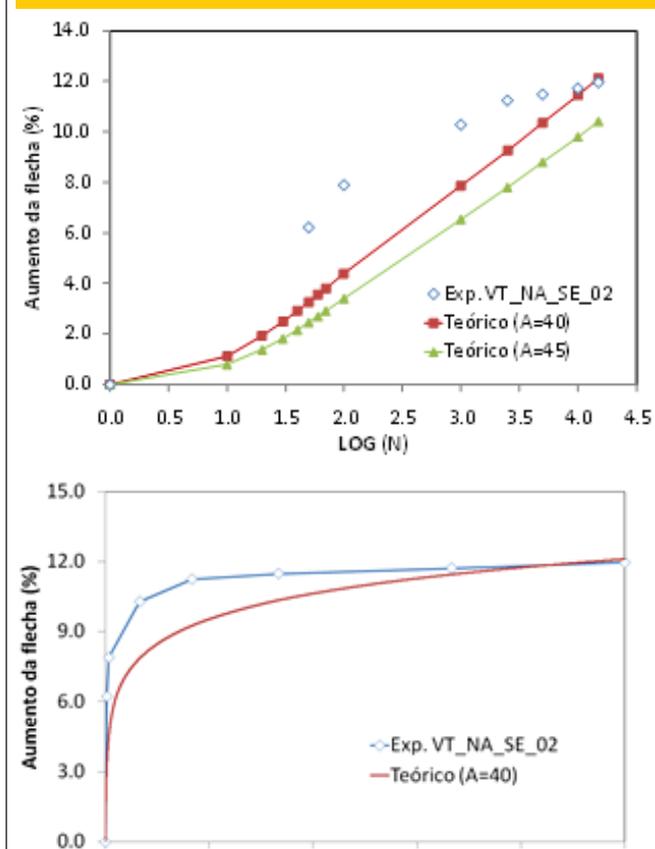


Figura 16 – Resultados teóricos e experimentais – Viga VT-NA-SE-02



- a) O valor da constante A é diretamente proporcional à taxa de armadura
- b) O valor da constante A é inversamente proporcional à amplitude de carregamento

$$A = k \cdot \rho \cdot \frac{P_u}{\Delta P} \quad (6)$$

onde:

ρ é a taxa geométrica de armadura longitudinal de tração em relação à área bruta de concreto;

P_u é a carga de ruptura (experimental ou teórica) do carregamento monotônico;

ΔP é a amplitude de carregamento;

k é uma constante de proporcionalidade, obtida a partir dos valores de A que melhor se ajustam aos resultados experimentais.

A Tabela 5 contém os valores experimentais da constante k obtidos com a Equação (6).

Os resultados da Tabela 5 indicam que valores de k entre 1000 e 1200 representam uma estimativa inicial na obtenção do parâmetro A do modelo teórico, para vigas com características semelhantes às analisadas neste trabalho.

A Tabela 6 contém os valores percentuais do aumento das flechas máximas com o emprego da expressão apresentada no item 23.6 da NBR 6118 [19] e com o emprego do modelo teórico proposto, para k igual a 1000 na obtenção do parâmetro A (Equação 6). A análise dos resultados contidos nessa tabela também acena para o potencial do modelo teórico proposto na simulação dos efeitos do carregamento cíclico repetido.

Evidentemente, mais resultados experimentais de vigas podem contribuir para uma avaliação mais precisa do parâmetro A e para a confirmação da eficiência da expressão proposta no cálculo do parâmetro z, o qual controla a perda de rigidez decorrente dos ciclos de carga.

5. Conclusões

Neste trabalho apresentou-se um estudo acerca do comportamento estrutural de vigas de concreto armado submetidas a ações cíclicas repetidas. O objetivo principal desse estudo consistiu na quantificação da perda de rigidez à flexão por meio de investigação experimental e por meio de modelo teórico. Seguem-se as principais conclusões:

5.1 Sobre os ensaios e os resultados experimentais obtidos

Os ensaios experimentais confirmaram os efeitos das cargas cíclicas repetidas sobre a deterioração mecânica das vigas, evidenciada pelo aumento das deformações nos materiais (concreto e armaduras longitudinais) e aumento das flechas durante os ciclos de carga. Os resultados também indicaram a presença de defor-

Tabela 4 – Valores de dano nas seções de momento fletor máximo fornecidos pelo modelo teórico

Ciclos	VR-NA-CE-01 (A=22)	VR-NA-CE-02 (A=17)	VR-AD-CE-01 (A=50)	VR-AD-CE-02 (A=40)	VT-NA-SE-02 (A=40)
1	0,62149	0,68410	0,40373	0,43875	0,48352
10	0,64757	0,70226	0,45078	0,48510	0,49646
100	0,68176	0,73876	0,50961	0,54699	0,53326
1000	0,70979	0,77240	0,54832	0,58913	0,56651
10000	0,73466	0,80140	0,58058	-	0,59592
15000	0,73911	0,80661	0,58604	-	0,60092

Tabela 5 – Valores experimentais da constante k

Viga	A	ρ	$\Delta P/P_{u,teor}$ (1)	$\Delta P/P_{u,exp}$ (2)	k (1)	k (2)
VR_NA_CE_01	22	0,00865	0,476	0,455	1211	1157
VR_NA_CE_02	17	0,00865	0,571	0,480	1452	943
VR_AD_CE_01	50	0,02182	0,481	0,445	1103	1021
VR_AD_CE_02	40	0,02182	0,519	0,477	952	875
VT_NA_SE_02	40	0,01510	0,385	0,347	1020	919

$P_{u,teor}$ = carga de ruptura teórica estimada $P_{u,exp}$ = carga de ruptura experimental

mações e flechas residuais provocadas pelos ciclos de carregamento (conforme figuras 6 e 7).

Os resultados experimentais também apontaram a influência da taxa de armadura longitudinal de tração no comportamento cíclico. De uma forma geral, nas vigas com maior taxa de armadura (VR-AD-CE-01, VR-AD-CE-02 e VT-NA-SE-02), o aumento da flecha em relação ao primeiro ciclo foi menor que o aumento observado nas vigas com menor taxa de armadura (VR-NA-CE-01 e VR-NA-CE-02).

5.2 Sobre o modelo teórico

O modelo não-linear elástico apresentado neste trabalho é capaz de simular a perda de rigidez não somente em função dos esforços solicitantes, mas também em função da natureza do carregamento cíclico repetido.

A comparação com os resultados experimentais obtidos por Oliveira Filho [11] indicaram que o modelo teórico tem potencial para a simulação do comportamento de vigas de concreto armado submetidas a ações cíclicas repetidas. Para fins de previsão de flechas máximas, a proposta deste trabalho indicada na Equação (5) forneceu resultados bastante satisfatórios.

Uma das principais limitações do modelo apresentado é que o mesmo não considera o acúmulo das deformações residuais no concreto e nas armaduras ao longo dos ciclos de carregamento – fato observado experimentalmente nos ensaios de Oliveira Filho [11], mesmo sem a ocorrência do escoamento das barras.

Para aprimorar o modelo teórico apresentado, em futuras pesquisas será investigada uma função limite de plastificação que capture as rotações inelásticas decorrentes das deformações residuais do concreto e das armaduras - primeiramente para cargas monotônicas e em seguida para as cíclicas repetidas. Tal investigação partirá do modelo constitutivo proposto por Araújo [20]. Esse aperfeiçoamento do modelo teórico permitirá que análises mais conclusivas sejam feitas a respeito da expressão proposta para o parâmetro z.

6. Referências

- [01] GHEORGHIU, C.; LABOSSIERE, P.; PROULX, J. Response of CFRP-strengthened beams under fatigue with different load amplitudes. *Construction and Building Materials*, v.21, p.756-63, 2007.

Tabela 6 – Variação percentual da flecha máxima: resultados teóricos e experimentais

Ciclos	VR-NA-CE-01		VR-NA-CE-02		VR-AD-CE-01		VR-AD-CE-02		VT-NA-SE-02		NBR 6118 (c)
	(a)	(b)									
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	7,63	6,74	11,46	7,19	10,95	8,44	14,50	8,18	6,22	3,05	6,22
100	10,35	8,510	14,90	9,604	11,37	10,15	15,97	10,05	7,89	4,13	7,31
1000	14,17	14,69	20,92	18,97	13,68	15,09	18,49	15,62	10,29	7,61	12,26
2500	14,37	16,96	24,93	22,70	15,16	16,79	19,33	17,54	11,24	8,87	14,89
5000	15,80	18,77	26,65	25,64	15,58	18,11	19,54	19,04	11,48	9,88	17,16
10000	18,39	20,69	30,95	28,91	17,47	19,41	-	-	11,72	10,88	19,67
15000	20,71	21,87	31,23	30,86	18,32	20,25	-	-	11,96	11,50	21,25

(a): Experimental

(b): Modelo proposto – Parâmetro A avaliado a partir da Equação (6)

(c): Expressão proposta no item 23.6 da NBR 6118

- [02] GUSSENHOVEN, R.; BREÑA, S.F. Fatigue behavior of reinforced concrete beams strengthened with different FRP laminate configurations. ACI Special Publication SP 230-36 , p.613-30, 2005.
- [03] MENEGHETTI, L.C. Análise do comportamento à fadiga de vigas de concreto armado reforçadas com PRF de vidro, carbono e aramida. 2007. 275p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.
- [04] AHI, A.J.F. Análise de Fadiga em Pontes Rodoviárias de Concreto Armado. 2009. 154p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.
- [05] LINDORF, A.; CURBACH, M. S-N curves for fatigue of bond in reinforced concrete structures under transverse tension. *Engineering Structures*, v.32, n.10, p.3068-74, 2010.
- [06] LINDORF, A.; LEMNITZER, L.; CURBACH, M. Experimental investigations on bond behaviour of reinforced concrete under transverse tension and repeated loading. *Engineering Structures*, v.31, n.7, p.1469-76, 2009.
- [07] REYES, F.E.G. Análise da aderência entre barras de aço e concretos (CC, CAA e CAAFA) sob influência de ações monotônicas e cíclicas. 2009. 215p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.
- [08] CASTRO, C.M. Concreto de alto desempenho: estudo da aderência com a armadura sob ações repetidas. 2002. 194p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.
- [09] FERNANDES, R.M. A influência das ações repetidas na aderência aço-concreto. 2000. 155p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.
- [10] BRAGUIM, J.R. O comportamento em serviço de vigas de concreto armado sob carregamento cíclico. 1995. 114p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.
- [11] OLIVEIRA FILHO, J. Estudo teórico-experimental da influência das cargas cíclicas na rigidez de vigas de concreto armado. 2005. 218p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.
- [12] PICÓN, R.A.; FLÓREZ-LÓPEZ, J. Evolución de la degradación de rigidez en pórticos de concreto armado. *In: Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, 29., 2000, Punta del Leste. Anais... Punta del Leste, 2000. 1 CD-ROM.
- [13] CIPOLLINA, A.; FLÓREZ-LOPÉZ, J. Modelos simplificados de daño en pórticos de concreto armado. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, v.11, n.1, p.3-22, 1995.
- [14] ALVA, G.M.S.; EL DEBS, A.L.H.C.; KAMINSKI, J.K. Nonlinear analysis of reinforced concrete structures in design procedures: application of lumped dissipation models. *Ibracon Structures and Materials Journal*, v.3, n.2, p.164-78, 2010.
- [15] ALVA, G.M.S.; EL DEBS, A.L.H.C. Application of lumped dissipation model in nonlinear analysis of reinforced concrete structures. *Engineering Structures*, v.32, n.4, p.974-81, 2010.
- [16] FLÓREZ-LÓPEZ, J. Simplified model of unilateral damage for RC frames. *Journal of Structural Engineering*, v.121, n.12, p.1765-72, 1995.
- [17] ALVA, G.M.S. Estudo teórico-experimental do comportamento de nós de pórtico de concreto armado submetidos a ações cíclicas. 2004. 218p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.
- [18] ÁLVARES, M.S. Contribuição ao estudo e emprego de modelos simplificados de dano e plasticidade para a análise de estruturas de barras em concreto armado. 1999. 113p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.
- [19] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, ABNT, 2007.
- [20] ARAÚJO, F.A. Formulação de um modelo de dissipação concentrada para a análise não-linear de estruturas reticuladas planas em concreto armado. 2007. 232p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.