

Contribution to the obtainment of concrete elastic modulus using micromechanics modeling

Contribuição à obtenção do módulo de elasticidade do concreto utilizando modelagem micromecânica



A. H. BARBOSA ^a
anderhb@yahoo.com.br

P. A. LOPEZ-YANEZ ^b
pablo@ufpe.br

A. M. P. CARNEIRO ^c
ampc@ufpe.br

Abstract

Mathematical expressions from national codes show that concrete elastic modulus is a function of concrete compressive strength. But concrete, regarded as a three-phase composite material, has elastic properties directly affected by the interfacial transition zone (ITZ), which is characterized by its higher porosity in comparison to the cement paste. Micromechanical models such as the Mori-Tanaka and three-phase sphere may be applied with good results when used to analyze the concrete. This paper presents a study on the evolution of the concrete elastic modulus, this study is carried out by the application of normative expressions and micromechanics models. Compared to the experimental results, a good fitting of micromechanical modeling with ITZ included is observed. Additionally, the quality of the NBR 6118:2003 and CEB-90 expressions is confirmed.

Keywords: concrete, elastic modulus, normative expressions, micromechanic, interfacial transition zone.

Resumo

Expressões presentes nas normas nacionais e internacionais relacionam o módulo de elasticidade do concreto com a resistência à compressão. O concreto, considerado como material compósito trifásico, tem suas propriedades elásticas diretamente influenciadas pela zona de transição (ITZ), a qual é caracterizada por sua maior porosidade em relação à pasta de cimento. Modelos de micromecânica como os de Mori-Tanaka e esfera de três fases podem ser aplicados com bons resultados quando utilizados para a análise do concreto. Este trabalho apresenta um estudo sobre o comportamento evolutivo do módulo de elasticidade do concreto, tal estudo é feito mediante a aplicação das expressões normativas e de modelos de micromecânica. Comparado-se com os valores experimentais produzidos percebe-se uma boa concordância quando a modelagem micromecânica leva em conta a ITZ. Também é confirmada a qualidade das expressões da NBR 6118:2003 e do CEB-90.

Palavras-chave: concreto, módulo de elasticidade, expressões normativas, micromecânica, zona de transição.

^a Colegiado de Engenharia Civil, Universidade Federal do Vale do São Francisco, e-mail: anderhb@yahoo.com.br, Av. Antônio Carlos Magalhães, 510, Country Club, Juazeiro-BA, Brasil, CEP 48902-300.

^b Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco, e-mail: pablo@ufpe.br, Av. Acad. Hélio Ramos, s/n – CTG/DECIV, Várzea, Recife-PE, Brasil, CEP 50740-530.

^c Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco, e-mail: ampc@ufpe.br, Av. Acad. Hélio Ramos, s/n – CTG/DECIV, Várzea, Recife-PE, Brasil, CEP 50740-530.

1. Introdução

As propriedades mecânicas do concreto são sempre de primeira importância em aplicações como material estrutural [1]. Dentre elas estão a resistência à compressão e o módulo de elasticidade, que são parâmetros ligados diretamente ao projeto de estruturas. Em relação ao módulo de elasticidade, tem-se a discussão de qual deveria ser a sua correta designação: "Módulo de Elasticidade" ou "Módulo de Deformação". Esta discussão dá-se porque a partir de um determinado ponto da curva tensão-deformação, o gráfico deixa de apresentar linearidade, saindo do regime elástico, sendo as deformações geradas, a partir deste limite, qualificadas como permanentes. O módulo de elasticidade também é comumente chamado de módulo de Young.

No 49º Congresso Brasileiro do Concreto, realizado no ano de 2007, foi apresentada uma conferência sobre assuntos controversos, denominada "Módulo de Elasticidade: Mitos e Realidades". Nela foram discutidos aspectos dessa propriedade do concreto importantes na análise estrutural, e sobre a necessidade de sua determinação experimental. Relata-se nesta conferência também a prática entre os engenheiros em torná-lo um parâmetro secundário, utilizando a expressão que a norma NBR 6118:2003 cita para a sua determinação, em função da resistência característica do concreto [2].

A norma NBR 6118:2003 [3], atualizada pela NBR 6118:2007, recomenda que seja determinado o módulo de elasticidade através de ensaios de acordo com a NBR 8522:1984, hoje atualizada pela NBR 8522:2008 [4], e, em caso da ausência de ensaios, pode ser adotada uma equação, dada em função da resistência característica à compressão do concreto. Nesta, é assumido o padrão de idade em 28 dias.

Códigos internacionais como EUROCODE, ACI e CEB-FIP propõem relações diferentes para a determinação do módulo de elasticidade, pois além de ser expresso como função da resistência do concreto, é visto também, em algumas formulações, este parâmetro relacionado à massa específica do concreto e ao tipo de agregado utilizado para a sua fabricação.

Trabalhos como os de [5-9] apontam que o módulo de elasticidade do concreto tem dependência com a estrutura da pasta de cimento e o tipo de agregados utilizados. Pode-se destacar:

- Em [5] a influência do tipo de agregado graúdo nas propriedades do concreto foi estudada, mostrando a relação existente entre propriedades como resistência à compressão e módulo de elasticidade com a origem do agregado graúdo, destacando-se entre os agregados mais usuais o de origem de quartzo.
- Análises realizadas por [6] avaliam a probabilidade de que a superfície de falha aconteça no agregado graúdo no concreto. Em análises de seções fraturadas, os autores observaram que: com o aumento da relação água/cimento e para agregados com diâmetros maiores de 16 mm torna-se menor a probabilidade de ruptura no agregado, sendo a condição do diâmetro do agregado mais significativa para concretos de alta resistência. Esta probabilidade não depende somente da resistência, forma e tamanho do agregado, mas tem relação com a reatividade do agregado graúdo com a pasta de cimento.
- Em [7] se observa, via estudo numérico com modelagem das fases do concreto, a influência da camada de interface e, conseqüentemente, da matriz de pasta de cimento, reduzindo

esta camada de interface a interferência do agregado no comportamento mecânico do concreto.

- No trabalho desenvolvido por [8] é realizada uma análise numérica com a variação das frações volumétricas de agregados graúdos e miúdos em concretos, verificando que valores maiores do módulo de elasticidade ocorrem para 100% de agregado graúdo do total de agregados e quando a mesma mistura apresentava percentual de agregados 80% em relação ao total da mistura.
- Os resultados apresentados em [9] destacam, da análise de quatro tipos de agregados, que para uma relação a/c igual a 0,44, agregados com diferentes origens mineralógicas não exercem influência significativa no módulo de elasticidade nem na resistência à compressão do concreto, sendo observada uma diferenciação para as mineralogias avaliadas quando a relação a/c se encontrava no patamar de 0,26.

Segundo [10], na presença de agregado, a estrutura da pasta de cimento, na vizinhança de partículas grandes é, comumente, muito diferente da estrutura da matriz de pasta ou argamassa do sistema. Com base nesta idéia, muitos aspectos do comportamento mecânico do concreto sob tensão podem ser explicados somente quando a zona de interface pasta de cimento – agregado, também conhecida como zona de transição interfacial (ITZ – *Interfacial Transition Zone*), é tratada como uma terceira fase da estrutura do concreto.

Esta região, que comprovadamente apresenta propriedades inferiores às do restante da pasta de cimento, tem influência no comportamento mecânico do concreto sob tensão uniaxial. Ela se destaca por apresentar, em relação à pasta de cimento, uma maior porosidade.

O concreto pode ser tratado como um material compósito. Associado a esta consideração, existem modelos que tratam da determinação das propriedades do compósito associadas às propriedades das suas fases, denominados modelos de micromecânica. Estes modelos são de cunho geral, aplicados a materiais compostos de natureza qualquer e sua aplicação para concretos e argamassas tem mostrado ser satisfatória.

Um dos problemas básicos na teoria dos materiais compostos é a predição das propriedades médias ou efetivas em termo das propriedades elásticas e quantidades relativas dos materiais individuais ou fases [11].

Nos últimos anos, o concreto tem sido assumido como um material compósito de três fases [12]. Nesta hipótese, assume-se a presença da zona de transição interfacial, que em muitos dos casos é desprezada, mas sua consideração é de fundamental importância, por exercer influência em seu comportamento mecânico.

O trabalho proposto apresenta como objetivo o estudo do comportamento evolutivo do módulo de elasticidade em concretos, obtidos com a aplicação de expressões normativas e modelos de micromecânica.

1.1 Justificativa

O módulo de elasticidade é um parâmetro necessário para a análise dos estados limites de serviço para estruturas de concreto armado. Deformações e deslocamentos podem ser determinados com este parâmetro para um dado elemento ou utilizá-lo para a análise de equilíbrio global.

As expressões propostas para a determinação direta do módulo de elasticidade do concreto nas diversas normas e trabalhos da

literatura não fazem referência às influências das diversas fases no seu comportamento.

É apresentado por [13], através da verificação dos limites de Hashin-Strikman, que, quando da consideração do concreto como material compósito, este não deve ser tratado como um material bifásico, sugerindo a incorporação da zona de transição interfacial como a terceira fase do material.

A quantificação das propriedades desta zona ainda se apresenta como um grande desafio, devido à complexidade de sua análise e ao seu comportamento, além de não haver consenso sobre a sua exata espessura. O conhecimento destas propriedades é muito importante para a caracterização mecânica do concreto ou argamassa, uma vez que o comportamento destes materiais depende fortemente daquele exibido pelas zonas de transição.

Os estudos apresentados na literatura sobre a aplicação dos modelos de micromecânica para análise do concreto são para idades específicas, não se encontrando um estudo sobre a sua aplicação que possa fornecer uma estimativa desta propriedade ao longo do tempo. Como exemplo, para a estimativa do módulo de elasticidade pela expressão da NBR 6118:2003 é necessário o conhecimento da resistência à compressão na respectiva idade.

2. Agregados e Zona de Transição

Os agregados, componentes essenciais na confecção do concreto, possuem a peculiaridade de ocupar o maior volume entre as fases da mistura. A qualidade do agregado utilizado tem influência direta nas propriedades do concreto, pois suas propriedades podem ocasionar desempenho insatisfatório, influenciando diretamente no comportamento da interface entre o agregado e a argamassa, apesar de sua resistência à compressão, na maioria dos casos, não ser responsável pela ruptura do concreto.

O aumento do tamanho máximo do agregado até um determinado diâmetro máximo característico ou utilizando agregados densamente graduados leva ao crescimento do módulo de elasticidade do concreto [14].

A observação de que a microfissuração se inicia na interface entre o agregado graúdo e a pasta que o envolve e de que, na ruptura, o padrão de fissuração inclui a interface, apontam para a importância desta parte do concreto [15].

A estrutura da zona de transição, especialmente o volume de vazios e microfissuras presentes, têm grande influência sobre a rigidez ou o módulo de elasticidade do concreto.

No material compósito, a zona de transição serve de ponto entre dois constituintes: a argamassa matriz e as partículas do agregado graúdo. Mesmo nos casos em que os constituintes individuais têm rigidez elevada, a rigidez do material compósito pode ser baixa por causa dos vazios e microfissuras da zona de transição, as quais não permitem transferência de energia [10].

3. Expressões Normativas

3.1 NBR 6118:2003

Segundo a NBR 6118:2003, o módulo de elasticidade deve ser obtido mediante ensaio descrito pela NBR 8522:1984 (atual NBR 8522:2008), sendo considerado nesta norma o módulo tangente inicial cordal a 30% da resistência última do concreto, obtida previamente de testemunhos da mesma amostra.

Tabela 1 – Valores do coeficiente α_1

Agregado graúdo	α_1
Basalto, calcário sedimentar denso, diabásio	1,1 a 1,2
Granito e gnaiss	1,0
Calcário metamórfico, metasedimento	0,9
Arenito	0,7

Tabela 2 – Valores do coeficiente α_2

Consistência	α_2
Fluida	0,9
Plástica	1,0
Seca	1,1

Na mesma NBR 6118:2003 recomenda-se que, na ausência de dados de experimentos de determinada amostragem, aos 28 dias de idade, seja utilizada a equação (1) para a estimativa do módulo de elasticidade tangente inicial, dada por:

$$E_{ci} = 5600f_{ck}^{1/2} \quad (1)$$

onde E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente inicial e f_{ck} é a resistência característica do concreto, ambos com unidade em MPa.

A equação (1), segundo a mesma norma, pode ser utilizada para a avaliação do módulo de elasticidade do concreto numa idade maior ou igual a 7 dias, sendo necessária a substituição do f_{ck} , parâmetro determinado aos 28 dias, por f_{ckj} , dado para uma idade requerida. Para fins de verificação, quando da realização de ensaios de resistência à compressão em determinada amostra de concreto, esta expressão pode ser aplicada para a estimativa do módulo de elasticidade fazendo uso do valor médio obtido na resistência à compressão.

Esta expressão (equação 1) é derivada da expressão do ACI, substituindo somente o valor 5565, exposto nesta última, pelo valor 5600 [16].

A norma anterior, a NBR 6118:1978 (NB 1), procedia ao cálculo do módulo de elasticidade através da equação (2) [17]:

$$E_{ci} = 6600f_{ck}^{1/2} \quad (2)$$

Para a verificação dos Estados Limites de Serviço (ELS) e análises de projeto, deve ser utilizado o módulo de elasticidade secante, calculado segundo a equação (3):

$$E_{cs} = 0.85 E_{ci} \tag{3}$$

em que E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto. De acordo com [16], no projeto de revisão da NBR 6118:2003, hoje atualizada pela sua versão de 2007, reconhece-se que o módulo de elasticidade está ligado ao valor médio e não ao valor característico, justificando a opção por este último pelo não conhecimento da resistência média na fase de projeto. Ainda segundo [16], neste projeto de revisão era sugerida uma expressão que levava em conta o tipo de agregado e a consistência do concreto, apresentada na equação (4):

$$E_{ci} = a_1 a_2 5600 \sqrt{f_{ck}} \tag{4}$$

onde a_1 relaciona o tipo de agregado e a_2 a sua consistência. Em [18] são apontados os valores que seriam representativos dos coeficientes a_1 e a_2 , dados nas Tabelas 1 e 2. Para a obtenção da expressão hoje utilizada pela NBR 6118:2003 (equação 1) foram realizados muitos ensaios com materiais de regiões específicas do Brasil, podendo os resultados serem fortemente influenciados pelos materiais naturais de muitas regiões não contempladas na série de ensaios realizados, principalmente em relação à origem do agregado graúdo.

3.2 CEB

O CEB-90 (Comitê Europeu do Concreto) adota, para a determinação do módulo de elasticidade, a expressão apresentada na equação (5), válida para concretos com resistência à compressão até 80 MPa [19-21]:

$$E_{ci} = 21500 \cdot \sqrt[3]{\frac{f_{ck} + 8}{10}} \tag{5}$$

em que E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto na idade de 28 dias e f_{ck} é a resistência característica à compressão, ambos com unidade em MPa. O termo $(f_{ck} + 8)$ representa a resistência à compressão média do concreto (f_{cm}). Para idades diferentes de 28 dias, o CEB adota uma expressão em função da resistência à compressão do concreto na referida idade (f_{cj}), mostrada na equação (6):

$$E_{ci} = 21500 \cdot \sqrt[3]{\frac{f_{cj}}{10}} \tag{6}$$

Tabela 3 – Notação das variáveis dos modelos de micromecânica

Variável	Descrição
ε^0	Deformação específica uniforme prescrita
ε^*	Deformação imposta na inclusão
S	Tensor de Eshelby
C	Tensor de rigidez
$\langle \varepsilon \rangle$	Deformação específica média
\bar{C}	Tensor de rigidez efetivo
f_i	Fração volumétrica de inclusão
Ω_0	Domínios elipsoidais do método de Mori-Tanaka
A	Tensor de concentração de deformação
$\langle \sigma \rangle$	Tensão média
K	Módulo de deformação volumétrico
K_{inf}	Limite inferior de Hashin-Shtrikman para K
K_{sup}	Limite superior de Hashin-Shtrikman para K
G	Módulo cisalhante
G_{inf}	Limite inferior de Hashin-Shtrikman para G
G_{sup}	Limite superior de Hashin-Shtrikman para G

em que f_{cj} é a resistência à compressão média do concreto, em MPa, na idade desejada.

A equação (6) é aplicada para concretos confeccionados com agregados com origem quartzoza (granito e gnaiss). Para agregados de origem basáltica, o valor obtido do módulo de elasticidade deve ser multiplicado por 1,2. Para agregados provenientes de calcário e arenito, os fatores multiplicativos devem ser 0,9 e 0,7, respectivamente [16].

O módulo de elasticidade secante, segundo este código, pode ser calculado da mesma forma que a norma NBR 6118:2003, através de sua relação com o módulo de elasticidade tangente inicial.

3.3 EUROCODE 2

A formulação proposta pelo EUROCODE 2 (1992) para a determinação do módulo de elasticidade tangente inicial, na ausência de valores experimentais e em situações nas quais não seja requerida precisão desta propriedade, pode ser determinado pela equação (7) [22]:

$$E_{ci} = 9500 \cdot \sqrt[3]{f_{ck} + 8} \tag{7}$$

em que f_{ck} é dado em MPa.

A equação (7) é válida para concretos confeccionados com agregado graúdo de origem quartzoza [21].

3.4 ACI

Em [20] expõe-se a relação para a determinação do módulo de elasticidade segundo o ACI 363, de 1997, norma do American Concrete Institute, onde a determinação do módulo de elasticidade secante do concreto para um nível de tensão de 45% da tensão de ruptura é apresentado na equação (8):

$$E_{cs} = \rho^{1,5} [3320 \sqrt{f_{cj}} + 6900] \quad (8)$$

onde ρ é a massa específica do concreto, em kg/m^3 , e f_{cj} é a resistência do concreto na idade avaliada. Os valores de f_c aplicados na equação (8) são dados em MPa.

A formulação proposta pelo ACI 363 expressa o módulo de elasticidade do concreto em função de sua massa específica, admitindo a correlação existente entre as duas devido ao fato de que quanto mais denso um corpo sólido, maiores serão sua rigidez e sua resistência à deformação [20].

Segundo [16], o ACI 318, de 1995, adota para a determinação do módulo de elasticidade secante a equação (9):

$$E_{cs} = 4730 \sqrt{f_{ck}} \quad (9)$$

4. Modelos de Micromecânica

Na Tabela 3 são apresentadas as notações das variáveis utilizadas para a compreensão dos modelos apresentados a seguir

4.1 Modelo de Mori-Tanaka

O modelo de Mori-Tanaka é avaliado para materiais compósitos com a consideração de duas fases, onde o EVR (Elemento de Volume Representativo) e a inclusão apresentam as características de possuírem a forma elipsoidal e serem coaxiais e similares [23-25].

Assume-se que dentro da inclusão pode ser aplicada a fórmula de Eshelby para a determinação da deformação média ($\langle \varepsilon \rangle_i = \varepsilon^0 + S : \varepsilon^*$), onde ε^* é a deformação perturbadora na inclusão, que pode ser determinada aplicando o método da inclusão equivalente por meio da equação (10):

$$\varepsilon^* = [(C_M - C_I)^{-1} : C_M - S]^{-1} : \varepsilon^0 \quad (10)$$

onde S é o tensor de Eshelby, ε^0 é a deformação uniforme aplicada no contorno, C_M e C_I são os tensores de rigidez da matriz e da inclusão, respectivamente.

Sendo \mathcal{E} assumido como constante, as tensões e deformações advindas também são constantes e seus valores coincidem com a média.

A deformação média na inclusão pode ser escrita como a equação (11):

$$\langle \varepsilon \rangle_i = \{I + S : [(C_M - C_I)^{-1} : C_M - S]^{-1}\} : \varepsilon^0 \quad (11)$$

onde I é o tensor unitário.

O lema de Mori-Tanaka expõe a condição apresentada na equação 12:

$$\langle \varepsilon \rangle_M = \frac{1}{V_M} \int (\varepsilon^0 + \varepsilon^d(x)) dV_M = \varepsilon^0 + \frac{1}{V_M} \int \varepsilon^d(x) dV_M = \varepsilon^0 + \langle \varepsilon^d \rangle_M \quad (12)$$

onde $\langle \varepsilon \rangle_M$ é a deformação média e $\langle \varepsilon^d \rangle_M$ representa a deformação perturbadora média na matriz.

O método faz a aproximação para o termo $\langle \varepsilon^d \rangle_M$ ser nulo, sendo esta condição válida para volume elipsoidal [26].

Sabe-se que a deformação média no compósito pode ser escrita por meio das deformações médias nas fases e suas respectivas frações de volume ($\langle \varepsilon \rangle = f_i \langle \varepsilon \rangle_i + (1 - f_i) \langle \varepsilon \rangle_M$). Aplicando a relação de Eshelby e de posse da relação $\langle \varepsilon \rangle_M = \varepsilon^0$, tem-se a equação (13):

$$\langle \varepsilon \rangle = \{I + f_i S : [(C_M - C_I)^{-1} : C_M - S]^{-1}\} : \varepsilon^0 \quad (13)$$

onde $\langle \varepsilon \rangle$ é a deformação média no compósito e f_i é a fração volumétrica de inclusão.

Através da relação constitutiva para o material compósito envolvendo a tensão e deformação média, pode-se determinar o tensor elástico efetivo através da equação (14):

$$\bar{C} = C_M : \{I + f_i (S - I) : [(C_M - C_I)^{-1} : C_M - S]^{-1}\} : \{I + f_i S : [(C_M - C_I)^{-1} : C_M - S]^{-1}\} \quad (14)$$

Para o domínio da inclusão Ω_0 , a deformação específica média pode ser escrita como (equação 15):

$$\langle \varepsilon \rangle^{\Omega_0} = \langle \varepsilon \rangle_M + S^{\Omega_0} : \varepsilon^* \quad (15)$$

onde $\langle \varepsilon \rangle^{\Omega_0}$ representa a deformação média no domínio da inclusão. Aplicando o método da inclusão equivalente para o domínio Ω_0 , tem-se a equação (16):

$$C^{\Omega_0} : \langle \varepsilon \rangle^{\Omega_0} = C_M : (\langle \varepsilon \rangle^{\Omega_0} - \varepsilon^*) \quad (16)$$

sendo C^{Ω_0} o tensor elástico para o domínio da inclusão. Escrevendo $\langle \varepsilon \rangle^{\Omega_0}$ em função de ε^* , chega-se a equação (17):

$$\langle \varepsilon \rangle^{\Omega_0} = A^{\Omega_0} : \varepsilon^* \tag{17}$$

onde A^{Ω_0} é dado por (equação 18):

$$A^{\Omega_0} = (C_M - C_I)^{-1} : C_M \tag{18}$$

Igualando (15) e (17), chega-se a equação (19):

$$\varepsilon^* = (A^{\Omega_0} - S^{\Omega_0})^{-1} : \langle \varepsilon \rangle_M \tag{19}$$

Substituindo ε^* em (17), encontra-se (equação 20):

$$\langle \varepsilon \rangle^{\Omega_0} = A_{dil}^{\Omega_0} : \langle \varepsilon \rangle_M \tag{20}$$

onde $A_{dil}^{\Omega_0}$ é dado pela equação (21):

$$A_{dil}^{\Omega_0} = A^{\Omega_0} : (A^{\Omega_0} - S^{\Omega_0})^{-1} = [I - S^{\Omega_0} : C_M^{-1} : (C_M - C^{\Omega_0})]^{-1} \tag{21}$$

Expressando a deformação média no compósito em função da deformação média na matriz, obtém-se (equação 22):

$$\langle \varepsilon \rangle = f_I A_{dil}^{\Omega_0} : \langle \varepsilon \rangle_M + (1 - f_I) \langle \varepsilon \rangle_M \tag{22}$$

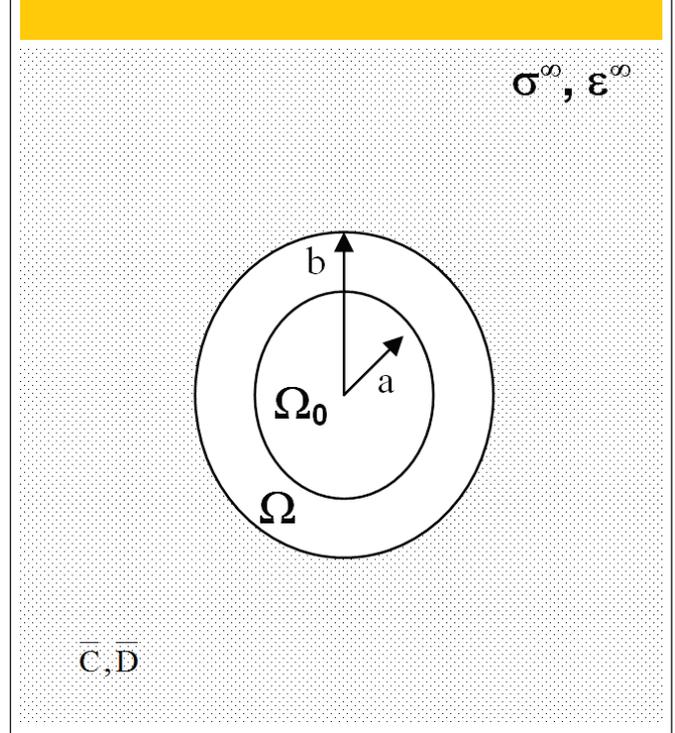
Colocando-se a deformação média na matriz $\langle \varepsilon \rangle_M$ em função da deformação média no compósito $\langle \varepsilon \rangle$, tem-se a equação (23):

$$\langle \varepsilon \rangle_M = \tilde{A}^M : \langle \varepsilon \rangle \tag{23}$$

onde \tilde{A}^M é dado por (equação 24):

$$\tilde{A}^M = [f_I A_{dil}^{\Omega_0} + (1 - f_I) I]^{-1} \tag{24}$$

Figura 1 - Modelo da esfera de três fases



Determinando a deformação média na inclusão em função da deformação média no compósito, tem-se a equação (25):

$$\langle \varepsilon \rangle^{\Omega_0} = A_{dil}^{\Omega_0} : \tilde{A}^M : \langle \varepsilon \rangle \tag{25}$$

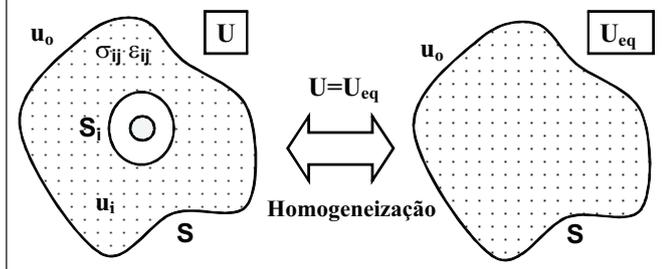
Das equações (23) e (25), rearranjando os termos, obtém-se (equação 26):

$$\langle \sigma \rangle = f_I C^{\Omega_0} : A_{dil}^{\Omega_0} : \tilde{A}^M : \langle \varepsilon \rangle + (1 - f_I) C_M : \tilde{A}^M : \langle \varepsilon \rangle \tag{26}$$

onde $\langle \sigma \rangle$ representa a tensão média no compósito. Simplificando a equação (26) para $\langle \sigma \rangle = \bar{C}^{MT} : \langle \varepsilon \rangle$, onde \bar{C}^{MT} é o tensor elástico efetivo de Mori-Tanaka, dado na equação (27), que rege a determinação das propriedades efetivas de materiais compósitos:

$$\bar{C}^{MT} = [f_I C^{\Omega_0} : A_{dil}^{\Omega_0} + (1 - f_I) C_M] : \tilde{A}^M \tag{27}$$

Figura 2 - Condição de equilíbrio de energia para o meio real e homogeneizado



4.2 Modelo da Esfera de Três Fases

Baseado na teoria da elasticidade e teoria do meio equivalente de Eshelby, [27] desenvolveram um modelo esférico de três fases para estimar o módulo cisalhante efetivo de materiais compósitos bifásicos particulados. O modelo da esfera de três fases tem como hipótese uma esfera de material compósito envolvido em um meio infinito de propriedades efetivas desconhecidas. Para a determinação das propriedades elásticas por este modelo, considera-se primeiro somente a esfera composta por duas fases, matriz (domínio Ω) e inclusão (domínio Ω_0), que são esferas de raios b e a , respectivamente, conforme pode ser observado na Figura 1. A fração volumétrica de inclusão é tomada como uma relação entre os raios, sendo dada por

$$f_I = \left(\frac{a}{b}\right)^3.$$

Sob condições de carregamento esfericamente simétricos, a deformação sobre o volume V é esfericamente simétrica [28], podendo-se expressar o módulo volumétrico como a equação (28) :

$$\frac{K}{K_M} = 1 + f_I \frac{(K_I - K_M)(3K_M + 4G_M)}{K_M(3K_M + 4G_M + 3(1 - f_I)(K_I - K_M))} \quad (28)$$

onde K_M e G_M são os módulos volumétrico e cisalhante para a matriz, enquanto K_I e G_I são os respectivos módulos para a inclusão.

O modelo de três fases considera a esfera envolvida em um meio homogêneo infinito (Figura 1), submetido a tensões e deformações uniformes aplicadas muito distantes da inclusão. Estas tensões e deformações são declaradas como σ^∞ e ε^∞ , respectivamente.

O módulo volumétrico K para este modelo de três fases é o mesmo obtido na equação (28), para o caso de duas fases. Isto se deve a hipótese assumida de que os deslocamentos e tração atuantes sobre o contorno do corpo são uniformes e lineares.

Para o caso de deslocamento imposto sobre o contorno do meio heterogêneo, ESHELBY (1956) apud [12] mostrou que a energia de deformação U , sob condições de deslocamento aplicadas pode ser determinada pela equação (29):

$$U = U_0 - \frac{1}{2} \int_{S_i} (\sigma_i u_i^0 - \sigma_i^0 u_i) dS \quad (29)$$

Através do processo de homogeneização do meio compósito, existe uma relação entre as energias do meio real e do meio homogeneizado, apresentada na equação (30) e observada na Figura 2:

$$U = U_{eq} \therefore U_{eq} = U_0 \therefore U = U_0 \quad (30)$$

De posse da condição exposta na equação (30), a equação (29) passa a ser escrita como (equação 31):

$$\frac{1}{2} \int_{S_i} (\sigma_i u_i^0 - \sigma_i^0 u_i) dS = 0 \quad (31)$$

Aplicando as tensões e deformações nas direções radial e angular na condição apresentada na equação (31), obtém-se (equação 32):

$$\frac{1}{2} \int_{S_i} (\sigma_r^0 u_r^0 + \tau_{r\theta}^0 u_{\theta e}^0 + \tau_{r\phi}^0 u_{\phi e}^0 - \sigma_{re}^0 u_r^0 - \tau_{r\theta e}^0 u_{\theta}^0 - \tau_{r\phi e}^0 u_{\phi}^0) dS = 0 \quad (32)$$

As condições de cisalhamento no infinito para o problema são apresentadas nas equações (33) e (34):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^0 &= 2GD_1 \text{sen}^2\theta \cos 2\phi \\ \tau_{r\theta}^0 &= 2GD_1 \text{sen}\theta \cos\theta \cos 2\phi \\ \tau_{r\phi}^0 &= -2GD_1 \text{sen}\theta \text{sen} 2\phi \\ u_r^0 &= D_1 r \text{sen}^2\theta \cos 2\phi \\ u_{\theta}^0 &= D_1 r \text{sen}\theta \cos\theta \cos 2\phi \\ u_{\phi}^0 &= -D_1 r \text{sen}\theta \sin 2\phi \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

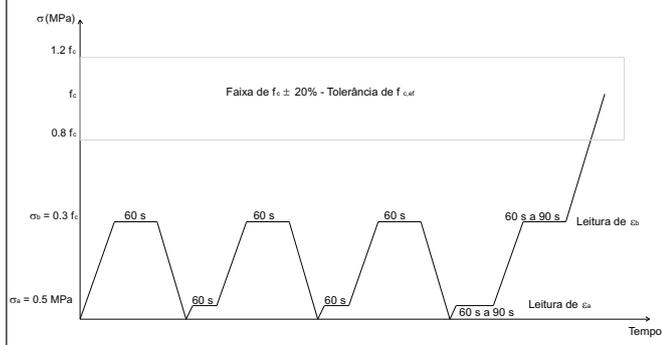
$$\left. \begin{aligned} \sigma_{re} &= 2\text{sen}^2\theta \cos 2\phi \left\{ \frac{-3D_1\lambda}{r^3} + G \left[D_1 - \frac{12D_3}{r^5} - \frac{2(5-4\nu)D_4}{(1-2\nu)r^3} \right] \right\} \\ \tau_{r\theta e} &= G \text{sen} 2\theta \cos 2\phi \left[D_1 + \frac{8D_3}{r^5} + \frac{4(1+\nu)D_4}{(1-2\nu)r^3} \right] \\ \tau_{r\phi e} &= G \text{sen}\theta \text{sen} 2\phi \left[-2D_1 - \frac{16D_3}{r^5} + \frac{4(1+\nu)D_4}{(1-2\nu)r^3} \right] \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Resolvendo o problema para o módulo de cisalhamento efetivo G , tem-se a equação (35), com a qual se determina o módulo cisalhante efetivo do material compósito:

$$A \left(\frac{G}{G_M} \right)^2 + B \left(\frac{G}{G_M} \right) + C = 0 \quad (35)$$

onde as constantes A , B e C são encontradas em [11].

Figura 3 - Ciclos de carregamento para a determinação do módulo de elasticidade (NBR 8522:2008)



4.3 Limites de Hashin-Shtrikman

Segundo [29], Hashin-Shtrikman desenvolveram os limites superior e inferior mais precisos para o módulo de elasticidade de materiais homogêneos e isotrópicos com geometria de fase arbitrária, definindo uma formulação baseada nos princípios da teoria da elasticidade linear. Apresentam-se em [14] conclusões sobre os limites de Hashin-Shtrikman, a saber:

Figura 4 - Corpo-de-prova instrumentado com extensômetros elétricos



- Se o material composto se comportar como um contínuo bifásico ele satisfará os limites;
- Um material verdadeiramente bifásico deverá satisfazer as

Tabela 4 - Características dos agregados

Propriedades	Massa Específica (kg/m ³)	Diâmetro Máximo (mm)	Módulo de Finura
Agregado Miúdo	2560	2,40	2,24
Agregado Graúdo B0	2500	12,50	6,71
Agregado Graúdo B1	2500	19,00	7,96

Tabela 5 - Traços unitários dos concretos produzidos

Traço	Composição em massa (Cement:Sand:B0:B1:Water)	Fração de Pasta de Cimento (f _{pc})
T1	1 : 1.59 : 2.66 : 0 : 0.52	0,326
T2	1 : 1.59 : 0.8 : 1.86 : 0.52	0,326
T3	1 : 1.59 : 2.66 : 0 : 0.52	0,326
T4	1 : 0.99 : 0.6 : 1.4 : 0.39	0,368
T5	1 : 0.99 : 2 : 0 : 0.39	0,368
T6	1 : 0.99 : 2 : 0 : 0.39	0,368
T7	1 : 0.28 : 1.29 : 0 : 0.28	0,487
T8	1 : 0.28 : 1.29 : 0 : 0.28	0,487

Tabela 6 – Módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson do agregado graúdo

Módulo de Elasticidade	57 GPa
Coefficiente de Poisson	0,28

envoltórias, e se não as obedecer não pode ser considerado como material bifásico.

- A proposição de que se os pontos se encontrarem fora da envoltória o material não seria bifásico, implica em dizer que o mesmo poderia ser assumido como possuindo três ou mais fases em sua constituição

Os limites inferior e superior de Hashin-Shtrikman podem ser calculados segundo as equações (36) e (37), respectivamente [14, 30]:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{\text{inf}} = K_M + \frac{f_i}{\frac{1}{K_i - K_M} + \frac{3f_M}{3K_M + 4G_M}} \\ G_{\text{inf}} = G_M + \frac{f_i}{\frac{1}{G_i - G_M} + \frac{6f_M(K_M + 2G_M)}{5G_M(3K_M + 4G_M)}} \end{array} \right. \quad (36)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{\text{sup}} = K_i + \frac{f_M}{\frac{1}{K_M - K_i} + \frac{3f_i}{3K_i + 4G_i}} \\ G_{\text{sup}} = G_i + \frac{f_M}{\frac{1}{G_M - G_i} + \frac{6f_i(K_i + 2G_i)}{5G_i(3K_i + 4G_i)}} \end{array} \right. \quad (37)$$

em que K_i e G_i são os módulos volumétrico e de cisalhamento da inclusão, K_M e G_M são os módulos volumétrico e de cisalhamento da matriz e f_i e f_M são as respectivas frações de volume destas fases.

5. Métodos

5.1 Determinação Experimental

Segundo a norma NBR 8522:2008 [4], a determinação do módulo de elasticidade tangente do concreto deve, além de respeitar a escolha dos dispositivos de medição e bases de medida, seguir um roteiro em relação à aplicação do carregamento.

O processo de carregamento segundo a referida norma é apresentado na Figura 3, sendo regido por ciclos de carregamento e descarregamento com o objetivo de compatibilização das deformações obtidas.

A metodologia do ensaio segundo a norma NBR 8522:2008 foi a da tensão fixa, em que se avalia o módulo de elasticidade para

uma tensão em torno de 30% da tensão última do corpo-de-prova, previamente ensaiado. Permite-se que o valor limite superior da tensão para o ensaio seja alterada, desde que especificada.

Os dispositivos usados para a medição das deformações nos corpos-de-prova foram extensômetros elétricos, juntamente com uma prensa com capacidade de 300 toneladas. Para a medição da força foi utilizada uma célula de carga com capacidade de 30 toneladas. Detalhes da execução deste ensaio, com o corpo-de-prova instrumentado podem ser visualizados na Figura 4. A dimensão da rótula de aplicação da carga para o ensaio era de 15 cm.

Foram moldados para ensaio de módulo de elasticidade um número de 3 corpos-de-prova cilíndricos de 10 cm de diâmetro por 20 cm de altura para ensaio nas idades de 3 a 28 dias. Os traços e outras informações sobre a moldagem estão apresentados nas Tabelas 4 e 5.

De cada traço moldado foi extraída a argamassa, através de um processo de peneiramento para eliminação dos agregados graúdos, sendo moldados um número de 2 corpos-de-prova cilíndricos de 5 cm de diâmetro da base por 10 cm de altura.

Tanto os corpos-de-prova de concreto quanto os de argamassa foram capeados com calda de cimento e enxofre na proporção de 1:3, respectivamente.

A medição das deformações realizadas pelos extensômetros elétricos não diferiu significativamente, sendo utilizadas bases de medida de 100 mm e 50 mm, para concretos e argamassas, respectivamente, posicionados de forma centrada no corpo-de-prova, conforme pode ser observado na Figura 4.

Os resultados das determinações dos módulos de elasticidade do concreto com seus valores médios para as amostras ensaiadas estão apresentadas na Tabela 6.

5.2 Simplificações da Formulação Numérica

Algumas simplificações são necessárias para a utilização da modelagem, descritas abaixo:

- As fases constituintes e o material compósito são assumidos isotrópicos, dentro do regime elástico linear.
- O agregado é considerado inerte e mantém suas propriedades elásticas ao longo do tempo.
- Agregado assumido com a forma esférica.
- Assume-se que a zona de transição entre o agregado graúdo e a argamassa possui fração de volume constante.
- O módulo de elasticidade da ITZ é assumido constante ao longo da espessura.

A determinação do módulo de elasticidade da ITZ é realizada com a inversão das equações (28) e (35) e o uso dos resultados experimentais obtidos, considerando uma partícula efetiva (agregado graúdo + ITZ).

A análise direta do módulo de elasticidade do concreto considerando a ITZ é avaliada usando a seguinte aproximação:

Matriz efetiva (Argamassa + ITZ) + Agregado = Concreto. O módulo de elasticidade da argamassa + ITZ é obtido através de um modelo em série, descrito na equação (38) e referenciado em [3]:

$$\frac{1}{E} = \frac{f_1}{E_1} + \frac{f_2}{E_2} \quad (38)$$

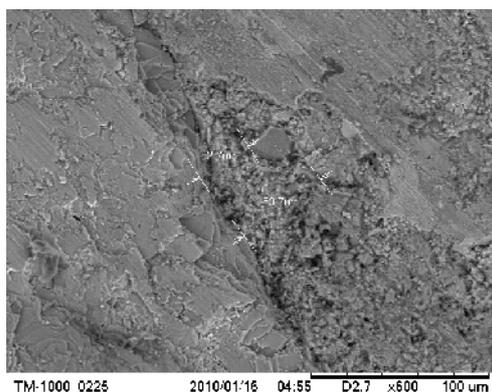
6. Microscopia do Concreto

Análise de microscopia eletrônica foi realizada com o objetivo de avaliar a espessura da camada de ITZ e sua variação ao longo do

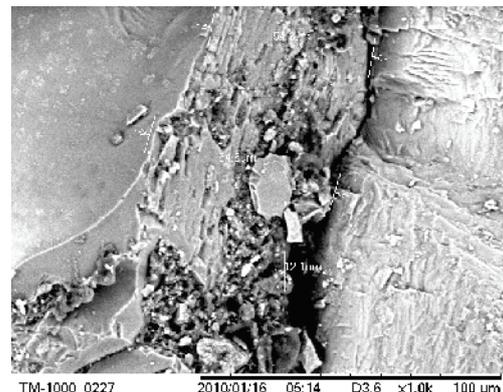
tempo, comparando com informações encontradas na literatura. Os testes foram avaliados entre as idades de 3 e 28 dias.

Em [31] observou-se que a maior porosidade que caracteriza a zona de transição ocorre dentro de um contorno mínimo de 30 μm .

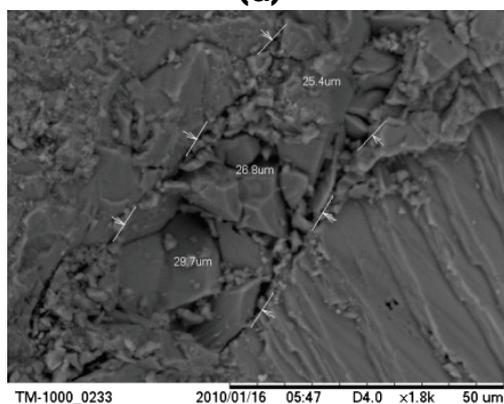
Figura 5 - Imagens de microscopia para as amostras de concreto para: (a) $f_{pc} = 0,326$ - 7 dias; (b) $f_{pc} = 0,326$ - 17 dias; (c) $f_{pc} = 0,368$ - 7 dias, (d) $f_{pc} = 0,368$ - 28 dias; (e) $f_{pc} = 0,487$ - 17 dias; (f) $f_{pc} = 0,487$ - 28 dias



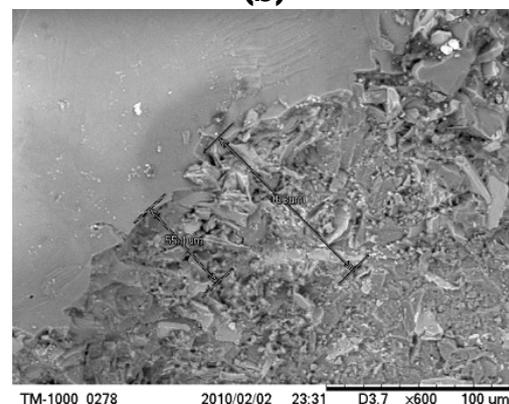
(a)



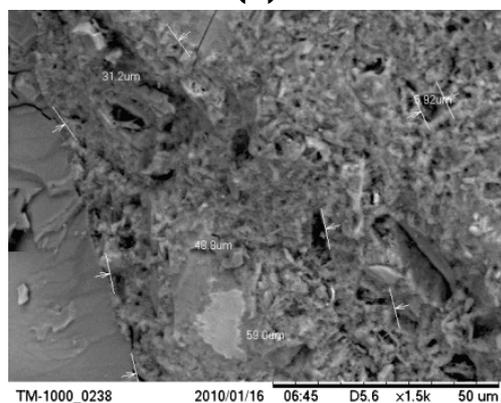
(b)



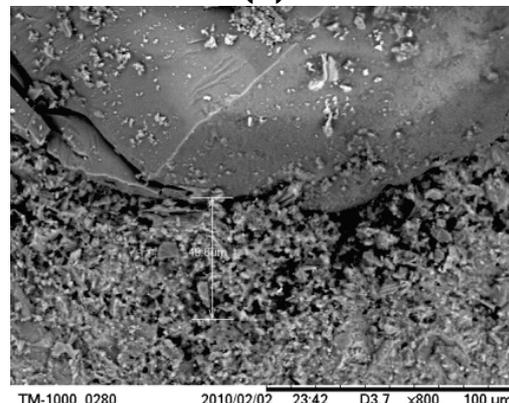
(c)



(d)



(e)



(f)

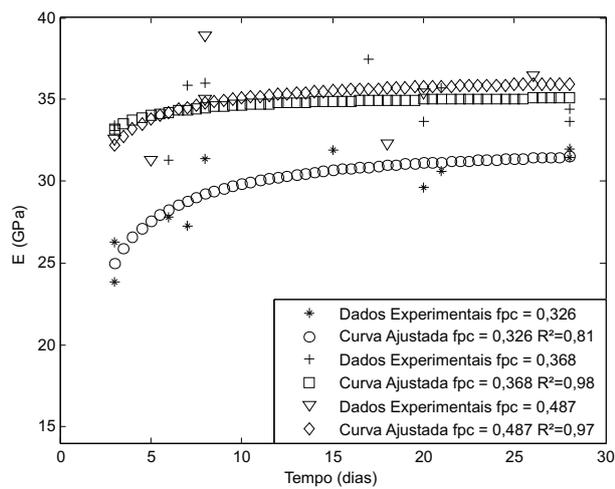
Tabela 7 – Valores médios do módulo de elasticidade e resistência à compressão dos concretos obtidos nos ensaios

Resultados	Módulo de Elasticidade (GPa)				Resistência à Compressão (MPa)			
T1	23.84 (3 dias)	27.25 (7 dias)	31.87 (15 dias)	31.95 (28 dias)	13.37 (3 dias)	20.40 (7 dias)	25.33 (15 dias)	27.56 (28 dias)
T2	26.31 (3 dias)	31.35 (8 dias)	30.58 (21 dias)	31.91 (35 dias)	13.79 (3 dias)	19.25 (8 dias)	23.89 (21 dias)	25.89 (35 dias)
T3	27.82 (6 dias)	29.63 (20 dias)	31.48 (28 dias)	- -	22.90 (6 dias)	26.14 (20 dias)	30.11 (28 dias)	- -
T4	33.09 (3 dias)	35.83 (7 dias)	37.44 (17 dias)	34.40 (28 dias)	22.26 (3 dias)	32.04 (7 dias)	33.38 (17 dias)	38.12 (28 dias)
T5	33.39 (3 dias)	36.04 (8 dias)	35.70 (21 dias)	35.22 (35 dias)	24.65 (3 dias)	33.46 (8 dias)	37.46 (21 dias)	41.16 (35 dias)
T6	31.33 (6 dias)	32.21 (20 dias)	32.70 (28 dias)	- -	30.02 (6 dias)	32.21 (20 dias)	42.40 (28 dias)	- -
T7	32.56 (3 dias)	38.93 (8 dias)	35.41 (20 dias)	37.13 (34 dias)	34.89 (3 dias)	40.98 (8 dias)	46.07 (20 dias)	47.30 (34 dias)
T8	31.26 (5 dias)	34.99 (8 dias)	32.25 (18 dias)	36.43 (26 dias)	39.07 (5 dias)	45.45 (8 dias)	47.62 (18 dias)	45.96 (26 dias)

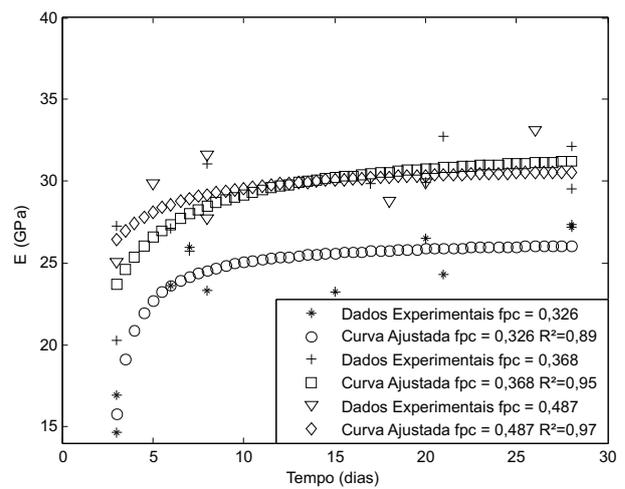
Tabela 8 – Valores médios do módulo de elasticidade e resistência à compressão das argamassas obtidos nos ensaios

Resultados	Módulo de Elasticidade (GPa)				Resistência à Compressão (MPa)			
T1	16.93 (3 dias)	26.00 (7 dias)	23.20 (15 dias)	27.35 (28 dias)	16.68 (3 dias)	22.51 (7 dias)	30.89 (15 dias)	30.37 (28 dias)
T2	14.61 (3 dias)	23.30 (8 dias)	24.29 (21 dias)	26.59 (35 dias)	17.13 (3 dias)	23.42 (8 dias)	29.07 (21 dias)	27.15 (35 dias)
T3	23.63 (6 dias)	26.49 (20 dias)	27.20 (28 dias)	- -	27.22 (6 dias)	34.85 (20 dias)	31.48 (28 dias)	- -
T4	20.29 (3 dias)	25.73 (7 dias)	29.86 (17 dias)	29.51 (28 dias)	25.50 (3 dias)	34.41 (7 dias)	39.05 (17 dias)	52.88 (28 dias)
T5	27.23 (3 dias)	31.09 (8 dias)	32.77 (21 dias)	31.85 (35 dias)	28.50 (3 dias)	37.80 (8 dias)	42.29 (21 dias)	49.21 (35 dias)
T6	27.13 (6 dias)	29.93 (20 dias)	32.12 (28 dias)	- -	36.20 (6 dias)	46.30 (20 dias)	47.52 (28 dias)	- -
T7	25.04 (3 dias)	31.60 (8 dias)	29.92 (20 dias)	28.62 (34 dias)	33.66 (3 dias)	54.08 (8 dias)	50.24 (20 dias)	55.20 (34 dias)
T8	29.86 (5 dias)	27.71 (8 dias)	28.81 (18 dias)	33.12 (26 dias)	45.40 (5 dias)	52.82 (8 dias)	55.33 (18 dias)	41.51 (26 dias)

Figura 6 - Variação do módulo de elasticidade com o tempo para: (a) concreto e (b) argamassa

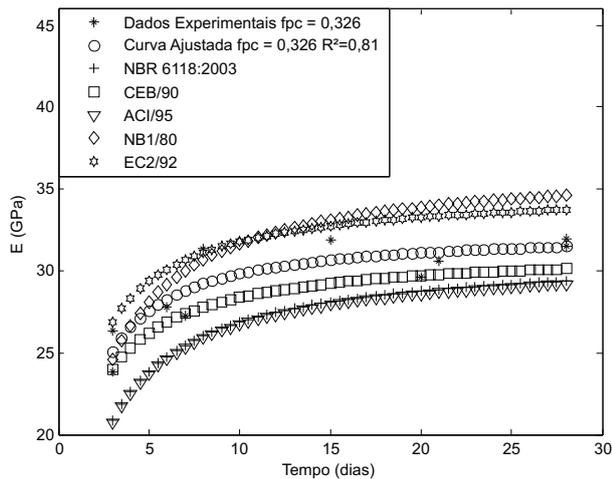


(a)

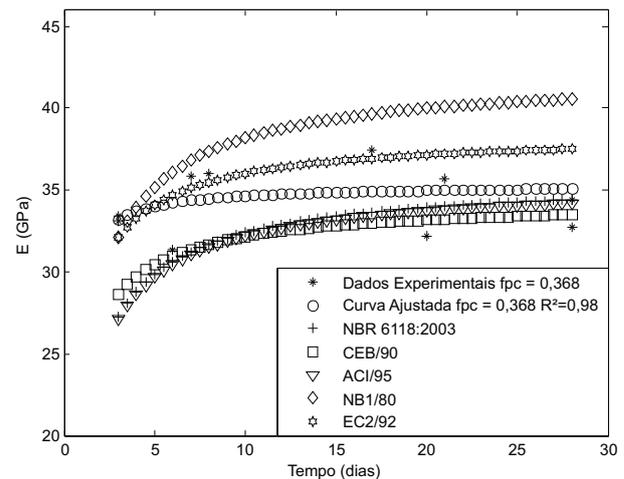


(b)

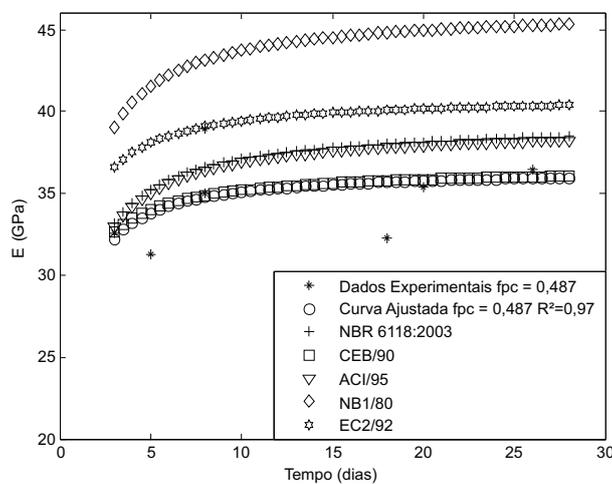
Figura 7 - Estudo comparativo da evolução com o tempo do módulo de elasticidade do concreto com formulações presentes em normas para: (a) $f_{pc} = 0,326$, (b) $f_{pc} = 0,368$ e (c) $f_{pc} = 0,487$



(a)



(b)



(c)

Na Figura 5 são apresentadas as imagens de microscopia das amostras de concreto estudadas. A variável f_{pc} representa a fração de pasta de cimento das misturas de concreto produzidas.

Como resultado das imagens mostradas na Figura 5, observou-se que a espessura da ITZ não é muito diferente entre os concretos estudados, variando entre 30 μm e 100 μm , o que reflete as informações apresentadas na literatura, e permitem inferir que esta zona não pode ser adotada como uma casca de espessura constante no entorno do agregado.

7. Resultados e discussão

As propriedades elásticas do agregado graúdo são dadas na Tabela 6. Nas Tabelas 7 e 8 são apresentados os valores médios do módulo de elasticidade e resistência à compressão obtidos através do

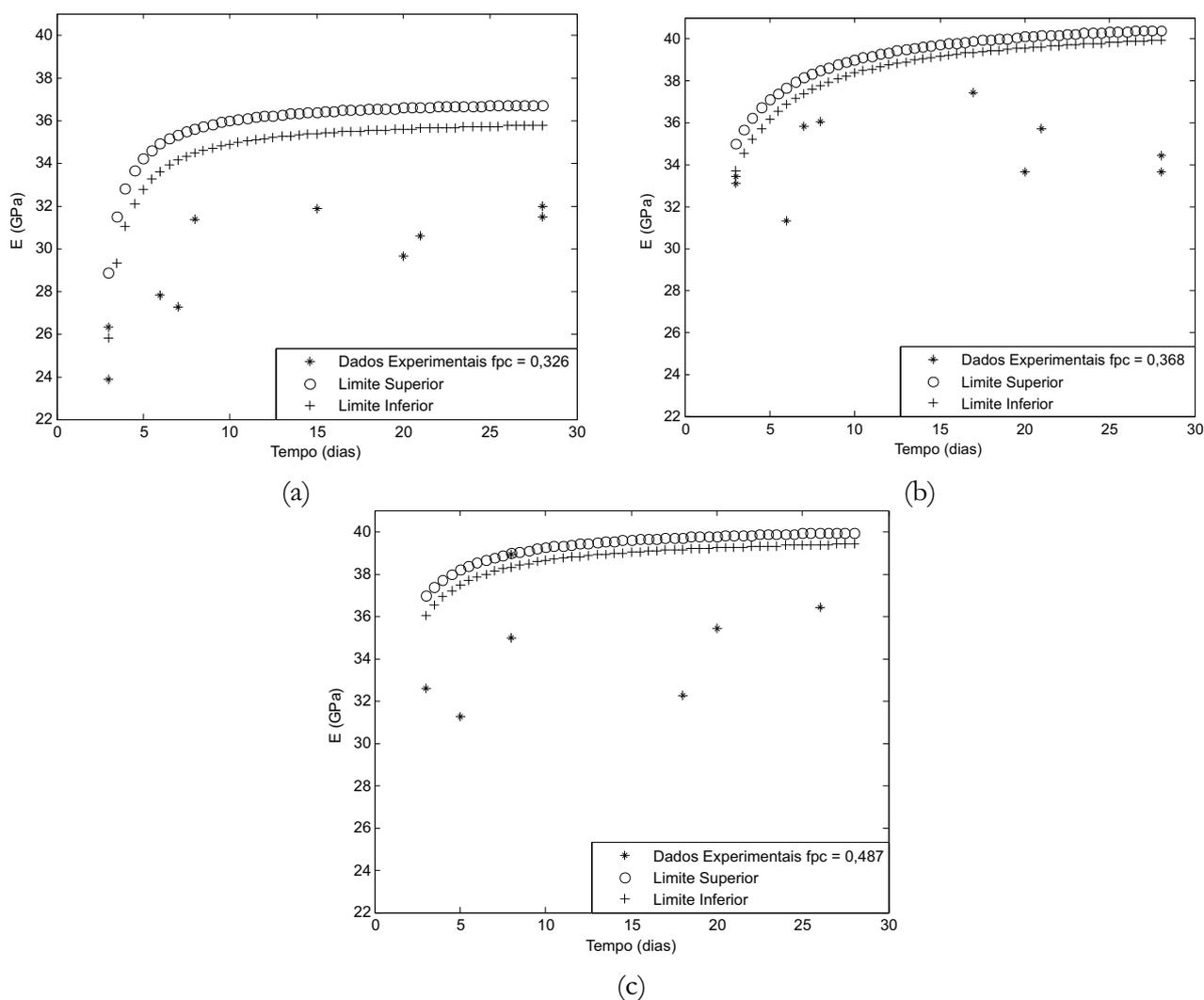
ensaio descrito na NBR 8522:2008 para os concretos e argamassas, respectivamente.

Para as argamassas, o valor do coeficiente de Poisson foi assumido como 0,17. As variações do módulo de elasticidade do concreto e argamassa com o tempo estão apresentadas na Figura 6.

Os dados experimentais apresentados foram obtidos através da NBR 8522:2008 e as curvas foram ajustadas usando modelos polinomiais utilizando valores médios (média de 3 amostras) para as idades. Para as amostras, foram verificados intervalos de confiança para pequenas amostras pelo método de *student t*, para um nível de significância de 95%.

São apresentados na Figura 7 as variações com o tempo do módulo de elasticidade do concreto segundo as expressões constantes nas normas nacionais e internacionais (apresentadas no item 3), para as três frações de volume de pasta de cimento avaliadas.

Figura 8 - Limites de Hashin-Shtrikman para os concretos com: (a) $f_{pc} = 0,326$, (b) $f_{pc} = 0,368$ e (c) $f_{pc} = 0,487$



Pode-se destacar da análise das expressões das normas frente aos dados experimentais:

- A expressão da NBR 6118:2003 apresentou uma aplicabilidade para a caracterização dos concretos estudados para idades superiores a 15 dias, resultando erros inferiores a 8% em relação aos dados experimentais;
- Na análise de erro para todas as amostras visualizadas, a expressão do CEB/90 foi a que apresentou melhor ajuste, apresentando erros inferiores à expressão da NBR 6118:2003;
- O comportamento da expressão do ACI/95 é semelhante ao da NBR 6118:2003, da qual esta última é derivada;
- A expressão da antiga NB1 (NBR 6118:1980) apresentou altos índices de erros, principalmente na idade de 28 dias, idade geralmente utilizada nas análises com o concreto, revelando uma falta de ajuste ao comportamento do módulo de elasticidade;

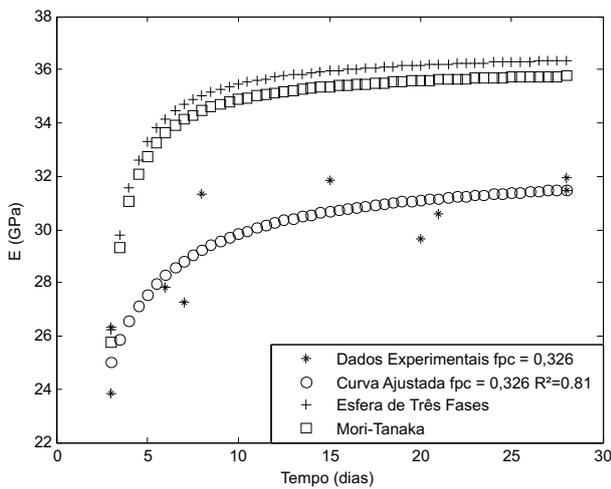
■ Altos índices de erros também foram obtidos com a expressão do EUROCODE2/92.

Na Figura 8 é apresentado um estudo comparativo dos dados experimentais com as curvas geradas com os limites de Hashin-Strikman, para os concretos com fração volumétrica de pasta de cimento de 0,326, 0,368 e 0,487. Os limites de Hashin-Shtrikman são usados para caracterizar materiais compósitos bifásicos e, se estes limites são ultrapassados, denota a presença de uma ou mais fases.

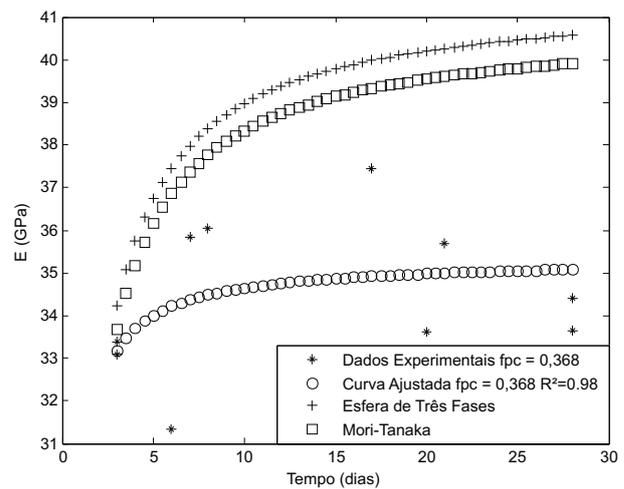
Observa-se da Figura 8 que os pontos experimentais obtidos se encontram fora dos limites propostos por Hashin-Strikman, implicando que o concreto deve ser analisado com a consideração de uma ou mais fases adicionais, sendo a ITZ geralmente adotada.

A Figura 9 apresenta a variação do módulo de elasticidade com o tempo obtido com a aplicação dos modelos de Mori-Tanaka e

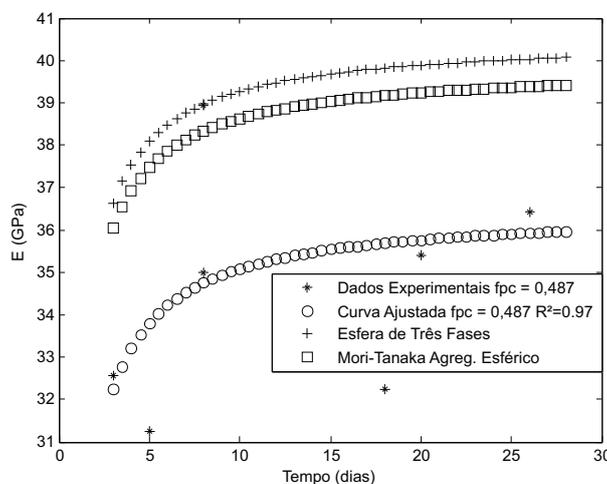
Figura 9 - Estudo comparativo da aplicação dos modelos sem a zona de transição para: (a) $f_{pc} = 0,326$, (b) $f_{pc} = 0,368$ e (c) $f_{pc} = 0,487$



(a)



(b)



(c)

esfera de três fases, no intervalo de 3 a 28 dias, considerando agregado esférico.

Os dados de entrada para análise com os modelos são os módulos de elasticidade, coeficiente de Poisson e fração de volume das fases. O módulo de elasticidade da argamassa foi considerado variando no tempo, por meio das relações encontradas na Figura 6, e o coeficiente de Poisson foi considerado constante.

Observa-se que a aplicação dos modelos de micromecânica sem a zona de transição não se mostra satisfatória, mostrando altos erros em relação às curvas ajustadas aos dados experimentais.

A aplicação destes modelos não se mostrou adequadas para representar o comportamento de concretos locais, mas os mesmos modelos produziram bons resultados para a determinação do módulo de elasticidade do concreto sem a consideração da ITZ, segundo citado em [30].

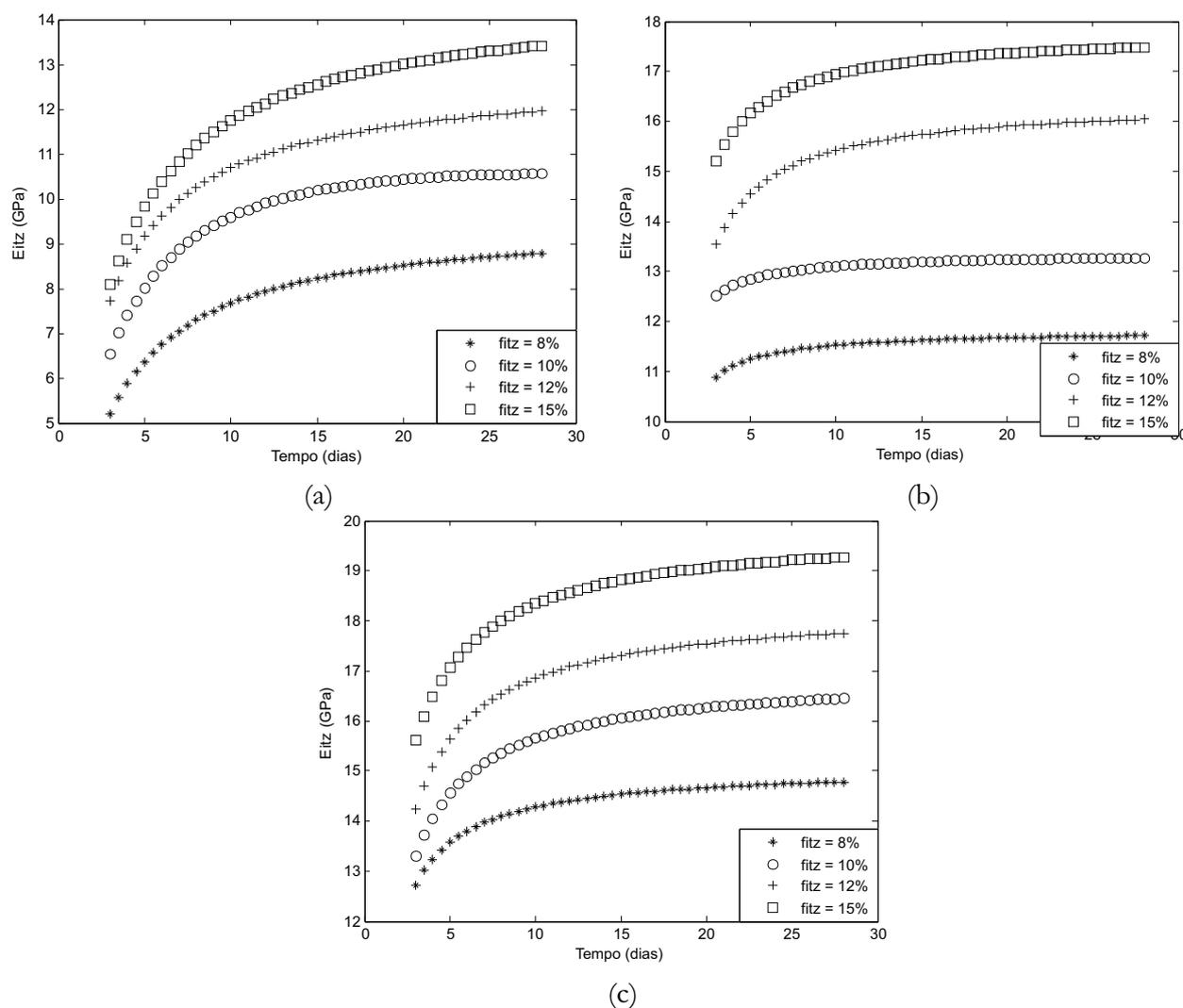
Com a aplicação da ITZ, a mesma é levada em conta para a determinação do módulo de elasticidade do concreto com a variação da fração de volume em 8%, 10%, 12% e 15% em relação ao total da mistura.

Com a inversão do modelo da esfera de três fases, conforme as equações relatadas no item 4, pode-se encontrar a variação com tempo do módulo de elasticidade da ITZ (Figura 9).

As curvas apresentadas na Figura 10 mostram a influência direta da fração de volume da ITZ e, conseqüentemente, de sua espessura, em seu módulo de elasticidade. Estas curvas foram obtidas a partir dos dados experimentais e mostram uma evolução com o tempo similar ao comportamento do concreto e argamassa.

Fazendo uso dos dados da Figura 10, o módulo de elasticidade do concreto pode ser obtido com a aplicação direta dos modelos de micromecânica avaliados, de acordo com o exposto no item 5 (Figuras 11 e 12).

Figura 10 - Estudo comparativo do módulo de elasticidade da zona de transição para o concreto com: (a) $f_{pc} = 0,326$, (b) $f_{pc} = 0,368$ e (c) $f_{pc} = 0,487$



Quando da consideração da zona de transição na análise do concreto, a sua utilização na modelagem e considerando a sua variação com o tempo, segue o mesmo comportamento apresentado pela matriz de argamassa, apresentando baixos erros relativos aos resultados das linhas de tendência obtidas a partir dos pontos experimentais. Observa-se que as frações de volume de zona de transição utilizadas nas análises não promoveram variação significativa no módulo de elasticidade do concreto, mas, dentro do intervalo analisado, a sua consideração interfere diretamente no comportamento do seu módulo de elasticidade desta fase. As informações relatadas na literatura apontam haver uma variação na espessura da zona de transição, sendo esta diretamente interligada à quantidade de pasta de cimento e agregados da mistura, do qual se presume que o intervalo analisado abrange grande parte dos concretos convencionais produzidos e seus resultados propiciarem uma tendência de comportamento em função desta variação.

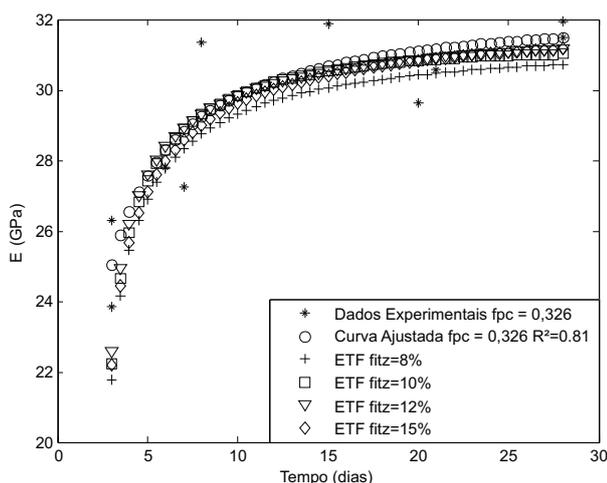
As relações propostas na literatura fazem referência ao módulo de elasticidade da zona de transição oscilando em torno de 30% a 50% de sua respectiva matriz, fazendo em muitas situações relação à matriz de pasta de cimento. Nas análises considerando a matriz como a argamassa, que engloba a pasta de cimento e as partículas de agregado miúdo, esta relação encontra-se num intervalo mais amplo que o apresentado nas referências bibliográficas, mostrando uma relação variável no tempo pelo fato de, assim como a argamassa, a zona de transição apresentar aumento de resistência e rigidez ao longo do tempo.

8. Conclusões

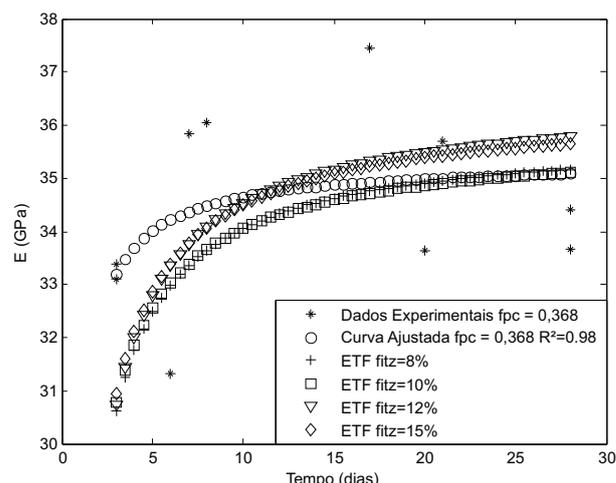
Do estudo realizado podem ser tiradas as seguintes conclusões:

- A expressão proposta pela NBR 6118:2003 apresenta disper-

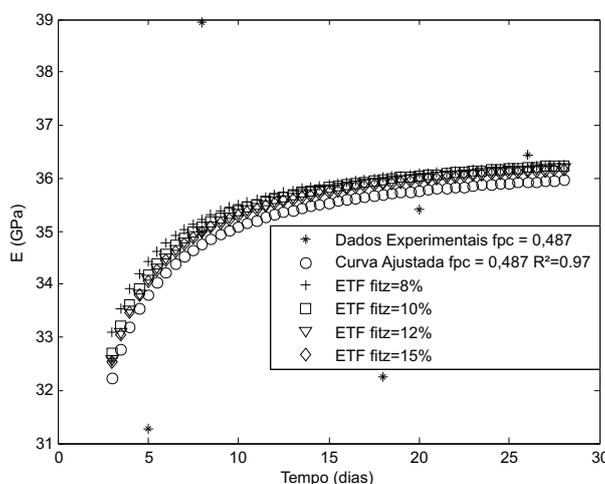
Figura 11 – Estudo comparativo do módulo de elasticidade do concreto obtido com o modelo da esfera de três fases para: (a) $f_{pc} = 0,326$, (b) $f_{pc} = 0,368$ e (c) $f_{pc} = 0,487$



(a)



(b)



(c)

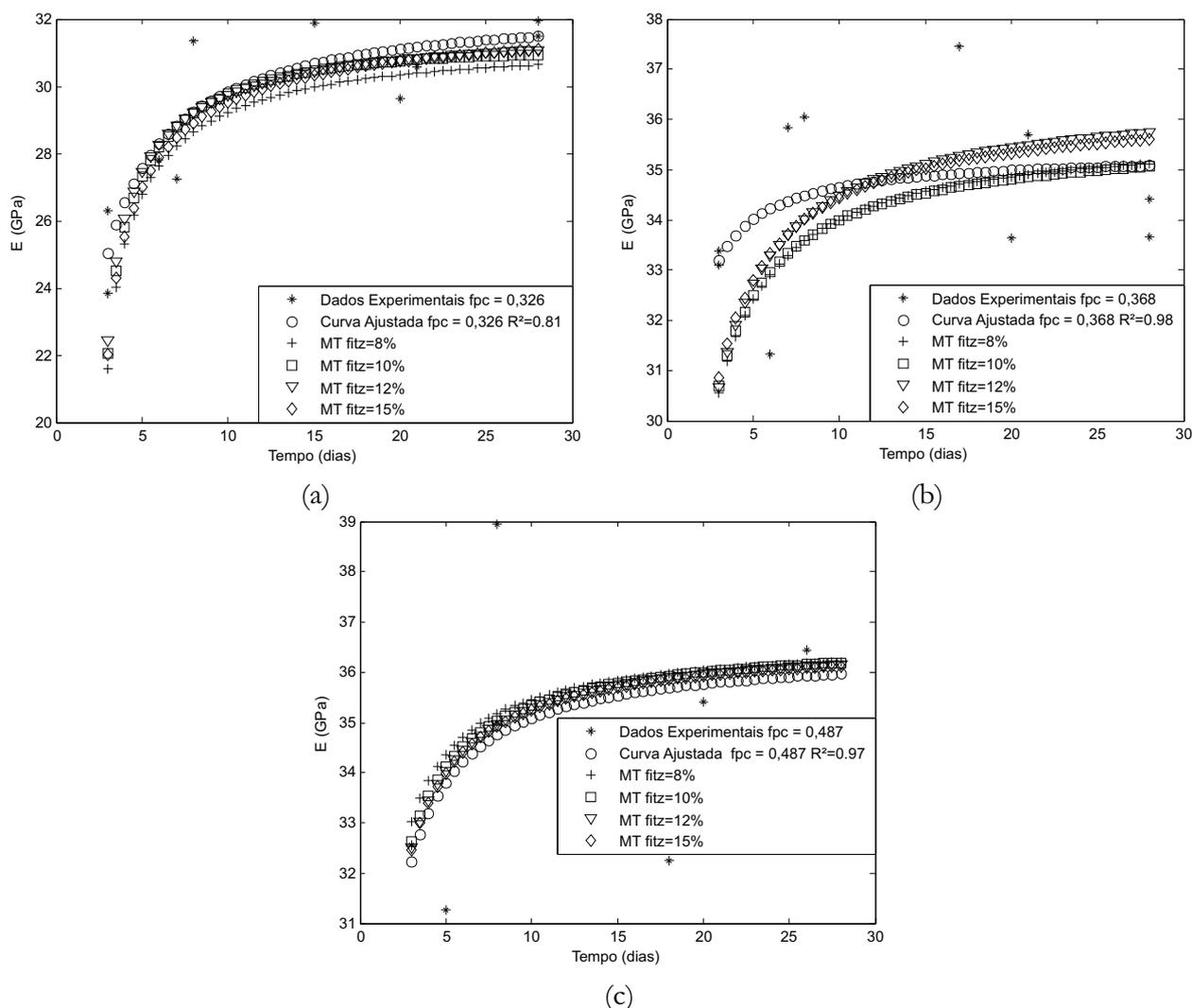
sões aceitáveis em relação aos dados experimentais obtidos neste estudo, mas sabendo-se da relação com as propriedades das fases, poderiam ser previstos coeficientes de ajuste em função das mesmas, para melhor caracterizar os concretos produzidos nas diversas regiões do Brasil.

- O comportamento da função do CEB/90 foi o que melhor se aproximou das relações experimentais, sendo observado resultados semelhantes em relação à aplicação em [17] e [22].
- O comportamento do módulo de elasticidade mostra uma dependência forte com a fração de pasta de cimento, o que se esperava pelo fato de o mesmo ser regulado pela qualidade desta fase do concreto, tendo sua influência associada também ao tempo, que regula o aumento tanto da resistência à compressão quanto do módulo de elasticidade desta fase.
- A proposição do módulo de elasticidade em função de alguns

parâmetros de dosagem possibilita avaliar as influências das fases na determinação do módulo de elasticidade do concreto, parâmetros que reconhecidamente exercem esta influência e não são considerados nas diversas formulações propostas.

- As relações obtidas para a variação do módulo de elasticidade da zona de transição, comparado ao de sua matriz de argamassa, assim como o obtido para o compósito, se apresentaram dentro dos intervalos relatados na literatura, mas a manutenção destes intervalos fica condicionada à fração de volume considerada, que proporciona maiores variações. Das observações feitas em relação aos resultados numéricos, valores entre 10% e 12% de fração de volume caracterizam bem a zona de transição, que demonstra não apresentar espessura constante.
- Podem-se confirmar dados relatados na literatura que mostram que a relação existente entre o módulo de elasticidade da

Figura 12 – Estudo comparativo do módulo de elasticidade do concreto obtido com o modelo de Mori-Tanaka para: (a) $f_{pc} = 0,326$, (b) $f_{pc} = 0,368$ e (c) $f_{pc} = 0,487$



zona de transição e da pasta de cimento variava entre 0,3 e 0,5 e, de acordo com os resultados apresentados, esta relação também se mostra satisfatória entre a argamassa e sua zona de transição.

- A hipótese assumida de associar a camada de zona de transição com a matriz de argamassa através de um modelo em série, quando aplicada em conjunto com os modelos de micromecânica, apresentou bons resultados, que puderam ser constatados com os baixos erros encontrados em relação aos dados experimentais.
- Em função dos resultados é possível concluir sobre a necessidade de aplicação da zona de transição para a determinação das propriedades elásticas do concreto, assim como determinar a sua variação frente às propriedades da matriz, para a geração de resultados que possam representar uma gama maior de concretos.

9. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro.

10. Referências

- [01] HAECKER, C.-J., GARBOCZI, E. J., BULLARD, J. W., BOHN, R. B., SUN, Z., SHAH, S. P., VOIGT, T. Modeling the linear elastic properties of Portland cement paste. *Cement and Concrete Research*, v.35, 2005; p.1948-1960.
- [02] REVISTA CONCRETO E CONSTRUÇÕES, Módulo de elasticidade é parâmetro fundamental para a durabilidade da estrutura de concreto, IBRACON, n.48, 2007.
- [03] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. NBR 6118, Rio de Janeiro, 2003.
- [04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. NBR 8522, Rio de Janeiro, 2008.
- [05] BESHAR, H., ALMUSALLAM A. A., MASLEHUDDIN, M. Effect of coarse aggregate quality on the mechanical properties of high strength concrete. *Construction and Building Materials*, v.17, 2003; p.97-103.
- [06] WU, K.-R., LIU, J.-L., ZHANG, D., YAN, A. Rupture probability of coarse aggregate on fracture surface of concrete. *Cement and Concrete Research*, v.29, 1999; p.1983-1987.
- [07] ZHAO, X.-H., CHEN, W. F. Effective elastic moduli of concrete with interface layer. *Computers and Structures*, v.66, n.2-3, 1998; p.275-288.
- [08] NADEAU, J. C. A multiscale model for effective moduli of concrete incorporating ITZ, water-cement ratio gradients, aggregate size distributions, and entrapped voids. *Cement and Concrete Research*, v.33, 2003; p.103-113.
- [09] WU, K.-R., CHEN, B., YAO, W., ZHANG, D. Effect of coarse aggregate type on mechanical properties of high-performance concrete. *Cement and Concrete Research*, v.29, 2001; p.1983-1987.
- [10] MEHTA, P. K., MONTEIRO, P. J. M. *Concreto: estrutura, propriedades e materiais*. Ed. PINI, 1ª ed., São Paulo, 1994.
- [11] CHRISTENSEN, R. M., LO, K. H. Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models. *Journal Mechanics and Physics Solids*, v.27, 1979; p.315-330.
- [12] LI, G., ZHAO, Y., PANG, S.-S. Four-phase sphere modeling of effective bulk modulus of concrete. *Cement and Concrete Research*, v.29, 1999; p.839-845.
- [13] MONTEIRO, P. J. M. *Caracterização da microestrutura do concreto: fases e interfaces; aspectos de durabilidade e de microfissuração*. São Paulo, 1993, Tese (Livre Docência) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 138 p.
- [14] LI, G., ZHAO, Y., PANG, S.-S., LI, Y. Effective Young's modulus estimation of concrete. *Cement and Concrete Research*, v.29, 1999; p.1455-1462.
- [15] NEVILLE, A. M. *Propriedades do concreto*. Ed. PINI, 2ª ed., São Paulo, 1997.
- [16] ARAÚJO, J. M. O módulo de deformação longitudinal do concreto. *Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil*, n.1, 2000; p.9-16.
- [17] MELO NETO, A. A., HELENE, P. R. L. Módulo de elasticidade: dosagem e avaliação de modelos de previsão do módulo de elasticidade de concretos. In: *Congresso Brasileiro do Concreto, 44º*, Belo Horizonte, 2002, Anais.
- [18] MEIRELES NETO, M., ALBUQUERQUE, A. T., CABRAL, A. E. B. Estudo do módulo de elasticidade de concretos produzidos em Fortaleza – CE – Brasil. In: *XXXIV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, San Juan – Argentina, 2010, Anais.
- [19] PERSSON, B. Justification of fédération international de béton, fib, 2000 model for elastic modulus of normal and high-performance concrete, HPC. *Cement and Concrete Research*, v.34, 2004; p.651-655.
- [20] SANTOS, S. B., GAMBALE, E. A., ANDRADE, M. A. S. Modelos de predição do módulo de elasticidade do concreto. In: *Congresso Brasileiro do Concreto, 48º*, Rio de Janeiro, 2006, Anais.
- [21] ARAÚJO, J. M. Modelos para previsão do módulo de deformação longitudinal do concreto: NBR 6118 versus CEB. *Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil*, n.12, 2008; p.81-91.
- [22] DA GUARDA, M. C. C. *Cálculo de deslocamentos em pavimentos de edifícios de concreto armado*. São Paulo, 2005, Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos – USP.
- [23] BENVENISTE, Y. A new approach to the application of Mori –Tanaka's theory in composite material. *Mechanics of Materials*, v.6, 1987; p.147-157.
- [24] YANG, C.-C., HUANG, R. Double inclusion model for approximate elastic moduli of concrete material. *Cement and Concrete Research*, v.26, n.1, 1996; p.83-91.
- [25] YANG, C.-C., HUANG, R. A two-phase model for predicting the compressive strength of concrete. *Cement and Concrete Research*, v.26, n.10, 1996; p.1567-1577.

- [26] QU, J., CHERKAOUI, M. Fundamentals of micromechanics of solids, John Wiley & Sons, 2006.
- [27] CHRISTENSEN, R. M.; LO, K. H. (1979). Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models, *Journal Mechanics and Physics Solids*, Vol. 27, p. 315-330.
- [28] NEMAT-NASSER, S., HORI, M. *Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials*. Second Revised Edition, Elsevier, North-Holland, 1999.
- [29] HERNÁNDEZ, M. G., ANAYA, J. J., ULLATE, L. G., IBAÑEZ, A. Formulation of a new micromechanic model of three phases for ultrasonic characterization of cement-based materials. *Cement and Concrete Research*, v.36, 2006; p.609-616.
- [30] SIMEONOV, P., AHMAD, S. Effect of transition zone on the elastic behavior of cement-based composites. *Cement and Concrete Research*, v.25, n.1, 1995; p.165-176.
- [31] DIAMOND, S., HUANG, J. The ITZ in concrete – a different view based on image analysis and SEM observations. *Cement and Concrete Composites*, v.23, 2001; p.179-188.