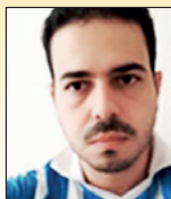
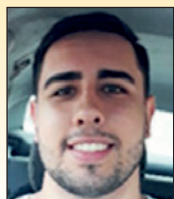


# Statistical analysis of the design procedure used in reinforced concrete pipes

## Análise estatística do modelo de cálculo estrutural utilizado em tubos circulares de concreto armado



F. M. FLORESTA <sup>a</sup>  
[frankufss@gmail.com](mailto:frankufss@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-7692-6163>

C. S. VIEIRA <sup>b</sup>  
[milavieira@gmail.com](mailto:milavieira@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-5371-191X>

L. A. MENDES <sup>a</sup>  
[lamendes@ufs.br](mailto:lamendes@ufs.br)  
<https://orcid.org/0000-0002-8202-7623>

D. L. N. F. AMORIM <sup>a</sup>  
[david.amorim@ufs.br](mailto:david.amorim@ufs.br)  
<https://orcid.org/0000-0002-9233-3114>

### Abstract

Structural design procedures are based on simplified hypotheses that attempt to approximate the actual behaviour. Depending on the adopted hypothesis, the design procedure may not satisfactorily describe the structural actual behaviour. Such condition occurs in the design of reinforced concrete pipes, where there are uncertainties related especially on the internal forces and the installation type of the pipe. Moreover, the main design hypothesis is that the cross section is plane and perpendicular to the deformed axis. Based on materials resistance principles it is known that this hypothesis is unsatisfactory to pipes with aspect ratio lower than ten. Note that the commercial reinforced concrete pipes usually present aspect ratio well below ten. In the light of the foregoing, the main objective of this paper is to analyse the accuracy of the design procedure for reinforced concrete pipes. Therefore, statistical processes were used to compare design values with experimental results. The comparisons in this paper showed that the design procedure results in oversized pipes.

**Keywords:** reinforced concrete pipes, design procedure, statistical analysis.

### Resumo

Os modelos de cálculo estrutural são baseados em hipóteses simplificadoras, que visam aproximar-se do comportamento real. A depender das hipóteses adotadas, o modelo de cálculo pode não descrever com exatidão o comportamento real da estrutura em estudo. Tal condição ocorre no projeto de tubos de concreto armado, onde há incertezas especialmente na determinação dos esforços internos e no tipo de instalação do tubo. Além disso, a principal hipótese simplificadora no projeto de tubos de concreto armado é que a seção transversal permanece plana e perpendicular ao eixo deformado. Com base nos princípios da resistência dos materiais, sabe-se que esta hipótese não é satisfatória para tubos com relação raio/altura da seção transversal inferior a dez. Nota-se que os tubos comerciais usualmente apresentam valores bem abaixo de dez para esta relação. Desta forma, este trabalho tem como objetivo a análise da acurácia do modelo de cálculo para tubos de concreto armado. Para tanto, processos estatísticos foram utilizados para confrontar os valores de projeto obtidos no modelo de cálculo com resultados experimentais. As comparações realizadas neste trabalho mostram que o modelo de cálculo utilizado no dimensionamento de tubos de concreto armado resulta em valores exageradamente a favor da segurança.

**Palavras-chave:** tubos de concreto armado, modelo de cálculo, análise estatística.

<sup>a</sup> Universidade Federal de Sergipe, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, São Cristóvão, SE, Brasil;

<sup>b</sup> Universidade Federal de Alagoas, Centro de Tecnologia, Maceió, AL, Brasil.

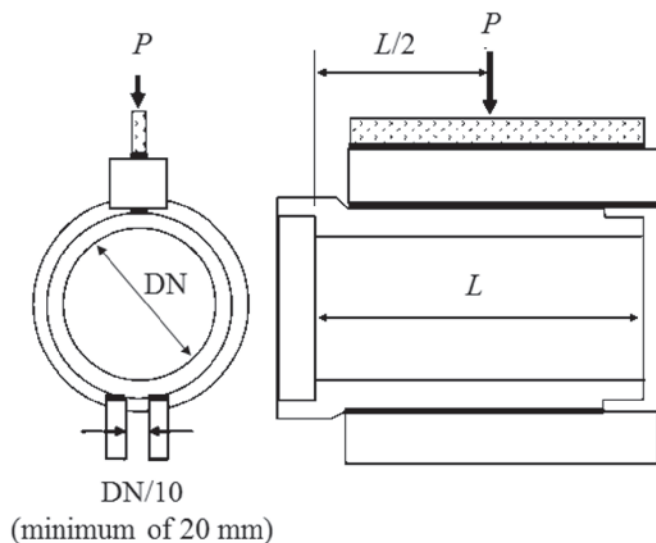
## 1. Introdução

Em geral, os projetos estruturais são concebidos com base em cálculos determinísticos, onde os valores de resistência associados aos materiais constituintes são minorados e os valores de solicitação são majorados por coeficientes de ponderação. Tais coeficientes advêm de um processo semi-probabilístico denominado de método dos estados limite. Desta forma, as prescrições normativas trazem diferentes valores para os coeficientes de ponderação associados a cada material e seu processo de produção, no que se refere à resistência estrutural. No tocante às solicitações, os coeficientes estão relacionados às ações e sua natureza. Tais valores levam em consideração as incertezas associadas à aleatoriedade da resistência dos materiais constituintes e das ações atuantes na estrutura. Ainda, o processo de cálculo adotado para o dimensionamento de uma estrutura possui simplificações e aproximações, não descrevendo com exatidão seu comportamento real [1].

O projeto estrutural de tubos de concreto armado tem como principal dificuldade o cálculo dos esforços internos solicitantes. Além da incerteza associada às cargas e aos materiais constituintes dos tubos, apesar do possível rigor no processo de fabricação, ainda se tem incertezas associadas ao tipo de instalação do tubo [2].

A fim de minimizar as incertezas associadas ao projeto de tubos de concreto armado, sugere-se o uso do procedimento de Mars-ton-Spangler [3], onde as cargas verticais atuantes no tubo são calculadas com base em um ensaio padronizado de compressão diametral, conforme prescrições da NBR 8890 [4], de um tubo com diâmetro nominal DN e comprimento útil L conforme mostrado na Figura 1. A relação entre a carga experimental (P) e a carga atuante (q) é obtida com o emprego de um fator de equivalência ( $\alpha_{eq}$ ), que depende do tipo de instalação do tubo [2].

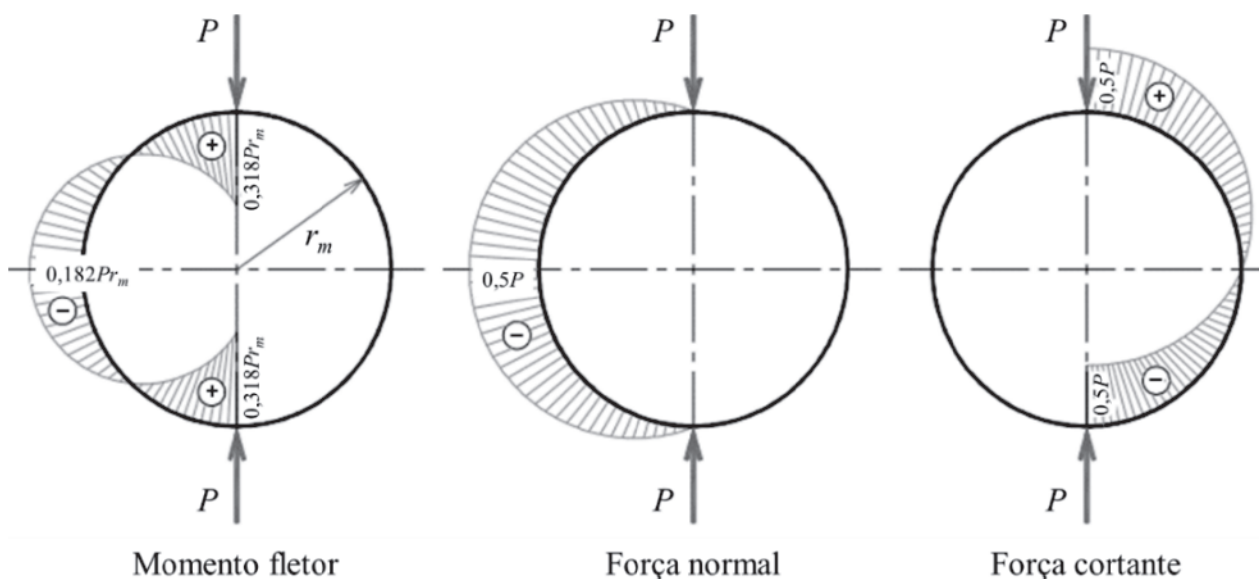
$$P = \frac{q}{\alpha_{eq}} \quad (1)$$



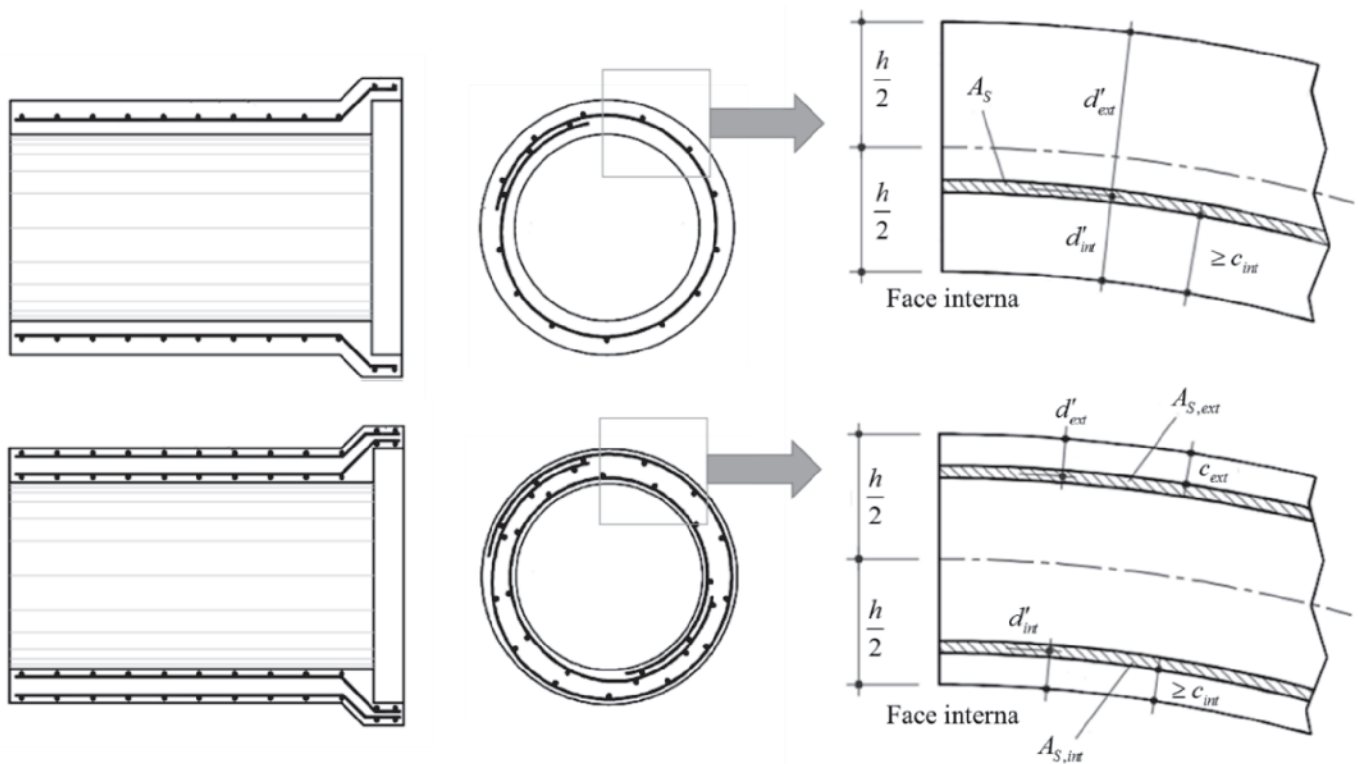
**Figura 1**  
Ensaio de compressão diametral (adaptada de [4])

Com base no ensaio de compressão diametral (Figura 1), pode-se determinar em qual nível de carga o tubo apresenta fissuração crítica ou colapso. Este procedimento é utilizado como padrão de aceitação de tubos de concreto armado pela NBR 8890 [4], não sendo aplicável para dimensionamento.

De acordo com El Debs [2], o dimensionamento de tubos de concreto armado deve ser feito com base na NBR 6118 [5]. Com isso, as paredes dos tubos são dimensionadas como lajes armadas em uma direção. Assim, a principal hipótese simplificadora para este processo de cálculo consiste que os elementos fletidos comportam-se de acordo com a hipótese de Euler-Bernoulli. Esta consideração



**Figura 2**  
Diagramas de esforços internos (adaptada de [2])



**Figura 3**  
 Representação do arranjo das armaduras (adaptada de [2])

resulta em uma distribuição linear das deformações ao longo da seção transversal do elemento fletido. Por outro lado, com base na resistência dos materiais, sabe-se que a distribuição de tensões ou deformações na seção transversal de um elemento circular de material homogêneo que se comporta de acordo com a lei de Hooke é hiperbólica [6]. Sendo assim, há certo grau de incerteza associado ao processo de cálculo utilizado, uma vez que as paredes dos tubos podem ser entendidas como elementos circulares. A este tipo de incerteza dá-se o nome de incerteza de modelo [7].

Diante do exposto, este trabalho tem como objetivo avaliar a acurácia do modelo de cálculo empregado no dimensionamento de tubos de concreto armado. Para isto, serão utilizados processos estatísticos para comparar valores de projeto com os experimentos apresentados por Silva [8] e Silva et al. [9].

A incerteza de modelo não é quantificada neste trabalho, pois Silva [8] e Silva et al. [9] não apresentam dados suficientes para dissociar a incerteza de modelo das demais incertezas, como as que são atreladas aos materiais e ao procedimento experimental em si. Sendo assim, são utilizados os valores característicos de resistência para os materiais constituintes, de modo que seja viável a avaliação da acurácia do modelo de cálculo frente aos experimentos.

Acerca de pesquisas sobre o tema deste trabalho, Silva et al. [10] apresentam um estudo de confiabilidade estrutural em tubos de concreto armado quanto ao estado limite de fissuração. Já nos trabalhos de Figueiredo et al. [11] e Oliveira et al. [12] foram realizados estudos experimentais em tubos de concreto reforçado com fibras de aço sem armadura passiva.

De acordo com Silva et al. [10], os equacionamentos da NBR 6118 [5] para o referido estado limite de serviço resultam em diferentes valores do índice de confiabilidade. Apesar da importante contribuição apresentada por Silva et al. [10], não há na literatura um estudo semelhante em tubos de concreto armado ao proposto neste trabalho.

## 2. Esforços internos em tubos comprimidos diametralmente

Considere-se um modelo de cálculo baseado no teste de compressão diametral (Figura 1), onde o eixo da parede do tubo é definido por seu raio médio ( $r_m$ ). Assim, os diagramas de esforços internos do tubo são indicados na Figura 2. Observa-se que no coroamento (topo) ocorre flexão simples, com momento fletor igual a  $0,318Pr_m$ , e nos flancos ocorre flexo-compressão normal, com momento fletor igual a  $0,182Pr_m$  e força normal de compressão igual a  $0,5P$ .

No modelo de cálculo adotado (Figura 2), considerou-se que na base do tubo atua uma força concentrada ( $P$ ). Entretanto, no ensaio de compressão diametral (Figura 1) a base do tubo está apoiada em dois cutelos equidistantes de  $1/10$  do diâmetro nominal. Logo, esta condição resulta em redução do momento fletor no coroamento para  $0,293Pr_m$  [2].

O arranjo de armaduras (Figura 3) deve atender aos esforços atuantes no coroamento e no flanco. Usualmente, tubos com diâmetro nominal inferior a 1000mm apresentam armadura circular sim-

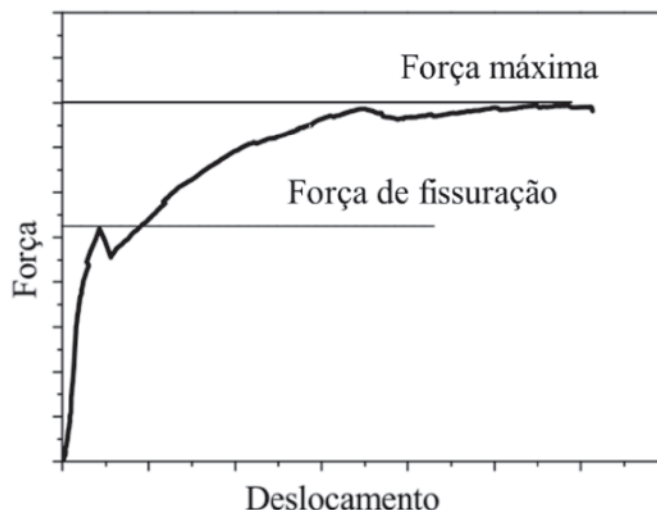
**Tabela 1**  
Dados gerais dos tubos de concreto armado [8]

DN [mm]	800	1200
Espessura (h) [cm]	7.2	11.0
Armadura	$A_s = 3,96\text{cm}^2/\text{m}$	$\begin{cases} A_{s,ext} = 1,96\text{cm}^2/\text{m} \\ A_{s,int} = 3,96\text{cm}^2/\text{m} \end{cases}$
Diâmetro dos fios	$\begin{cases} \phi_{ext} = 5,0\text{mm} \\ \phi_{int} = 7,1\text{mm} \end{cases}$	$\begin{cases} \phi_{ext} = 5,0\text{mm} \\ \phi_{int} = 7,1\text{mm} \end{cases}$
$d'_{ext}$	4.26 cm	2.45 cm
$d'_{int}$	2.94 cm	4.16 cm
$f_{ck}$	30.28 MPa	32.20 MPa

ples ( $A_s$ ), caso contrário é utilizada armadura dupla ( $A_{s,int}$  e  $A_{s,ext}$ ), conforme mostrado na Figura 3. As armaduras são de tela soldada e os cobrimentos externo ( $c_{ext}$ ) e interno ( $c_{int}$ ) são recomendados por El Debs [2]. Com base nos cobrimentos, pode-se calcular a distância do centro geométrico das armaduras às faces interna ( $d'_{int}$ ) e externa ( $d'_{ext}$ ) do tubo.

### 3. Ensaio de compressão diametral

Os experimentos realizados por Silva [8] e Silva et al. [9] foram desenvolvidos a partir de uma amostra de 16 tubos com DN 800mm e uma amostra de 16 tubos com DN 1200mm. As armaduras de todos os tubos são de tela soldada de aço CA-60, cujo módulo de elasticidade é igual a 210GPa. As informações sobre espessura, armadura e seu posicionamento, diâmetros dos fios de aço e resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ) estão dispostas na Tabela 1. Os resultados dos ensaios de compressão diametral são apresentados em gráficos força-deslocamento, com aspecto similar ao exposto na Figura 4 [8,9]. Com isso, da resposta experimental de cada tubo são obtidos valores de força máxima ou última ( $P_{ult}$ ) e de força de fissuração ou de serviço ( $P_{ser}$ ).

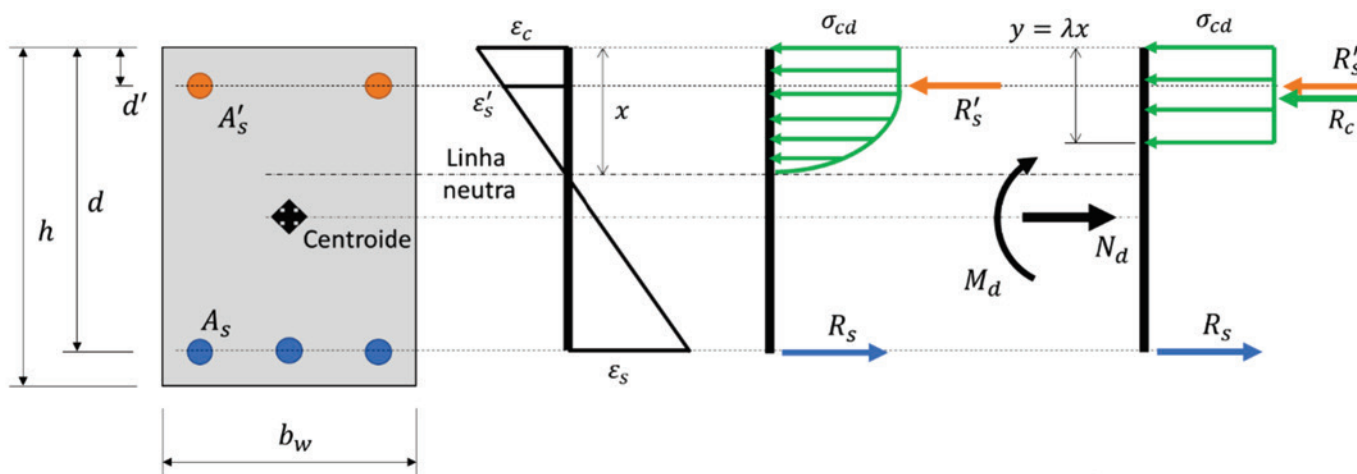


**Figura 4**  
Resposta típica de tubos de concreto armado submetidos ao ensaio de compressão diametral [8]

Analicamente, a força máxima ou última ( $P_{ult}$ ) é obtida com base na condição última (estado limite último) da seção transversal do coroamento (flexão simples) ou do flanco (flexo-compressão) do tubo. A força de serviço ( $P_{ser}$ ) é obtida com base no estado limite de abertura de fissuras. Os processos de cálculo para esta etapa são descritos a seguir.

### 4. Modelo de cálculo para os estados limites último e de serviço

O modelo de cálculo em estado limite último de elementos estruturais de concreto armado sujeitos à flexão simples ou composta é amplamente difundido na literatura técnica nacional [13-18]. Considerando que um elemento estrutural de concreto armado seja sujeito à flexo-compressão normal de grande excentricidade,



**Figura 5**  
Seção transversal retangular solicitada por força normal e momento fletor

a solicitação de cálculo pode ser representada por um momento fletor ( $M_d$ ) e uma força normal de compressão ( $N_d$ ). Desta forma, a seção transversal do elemento estrutural deve resistir a tais esforços solicitantes. Conforme o processo de cálculo empregado em tubos de concreto armado pela NBR 8890 [4], considere-se uma seção transversal retangular com base ( $b_w$ ) e altura ( $h$ ), definidas conforme a Figura 5.

Admitindo que é válida a hipótese de Euler-Bernoulli, ou seja, que as seções transversais do elemento estrutural permanecem planas e perpendiculares ao seu eixo deformado, a distribuição das deformações na seção transversal é linear (Figura 5). A partir da fibra mais comprimida de concreto ( $\epsilon_c$ ) é definida a profundidade da linha neutra ( $x$ ). Para o dimensionamento, supõe-se que a resistência à tração do concreto é desprezável. Assim, respeitando as exigências de cobrimento [5], posiciona-se uma armadura na região tracionada. A distância do centro de gravidade da armadura à fibra mais comprimida é denominada de altura útil ( $d$ ). Também pode-se posicionar armadura na região comprimida, uma vez que sejam respeitados os cobrimentos.

As deformações específicas das armaduras podem ser obtidas por semelhança de triângulos (Figura 5):

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon'_s}{x-d} = \frac{\epsilon_s}{d-x} \quad (2)$$

sendo  $\epsilon_s$  e  $\epsilon'_s$  as deformações específicas das armaduras tracionada e comprimida, respectivamente.

Definindo  $\beta_x = x/d$  como a profundidade relativa da linha neutra, a equação (2) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\epsilon_c}{\beta_x} = \frac{\epsilon'_s}{\beta_x - \frac{d}{d}} = \frac{\epsilon_s}{1 - \beta_x} \quad (3)$$

Para certo nível de solicitação, as armaduras comprimida e tracionada apresentam tensões atuantes  $\sigma'_s$  e  $\sigma_s$ , respectivamente. Com isso, as reações das armaduras comprimida ( $R'_s = A'_s \sigma'_s$ ) e tracionada ( $R_s = A_s \sigma_s$ ) são definidas.

A distribuição das tensões de compressão resistentes do concreto é suposta com formato de um diagrama parábola-retângulo (Figura 5). O trecho parabólico tem seu valor de tensão máxima para a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico ( $\epsilon_0$ ). Admite-se que não há aumento de tensão para deformações específicas maiores que  $\epsilon_0$  e menores que a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura ( $\epsilon_{cu}$ ). Ainda, pode-se substituir o diagrama parábola-retângulo por um diagrama retangular equivalente, com profundidade  $y = \lambda x$  (Figura 5), sendo  $\lambda$  dado com base na classe do concreto. A tensão de compressão de cálculo atuante no concreto ( $\sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd}$ ) é dada pelo produto entre o parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão ( $\alpha_c$ ) e a resistência à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ). Com isso, é obtida a resultante da reação do concreto comprimido ( $R_c = b_w y \sigma_{cd}$ ).

Logo, do equilíbrio da seção transversal (Figura 5) são obtidas as seguintes expressões:

$$N_d = b_w d \lambda \beta_x \alpha_c f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s \sigma_s \quad (4)$$

$$M_d = b_w d^2 \lambda \beta_x \alpha_c f_{cd} \left(1 - \frac{\lambda \beta_x}{2}\right) + A'_s \sigma'_s (d - d') \quad (5)$$

De acordo com a NBR 6118 [5], para concretos que possuem resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) menor ou igual a 50MPa, tem-se  $\epsilon_0 = 2\%$ ,  $\epsilon_{cu} = 3,5\%$ ,  $\lambda = 0,8$  e  $\alpha_c = 0,85$ . Assim, as equações de equilíbrio podem ser reescritas da seguinte forma:

$$N_d = 0,68 b_w d \beta_x f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s \sigma_s \quad (6)$$

$$M_d = 0,68 b_w d^2 \beta_x f_{cd} (1 - 0,4 \beta_x) + A'_s \sigma'_s (d - d') \quad (7)$$

As equações de equilíbrio (6) e (7) devem ser usadas para o flanco do tubo de concreto armado. Para se levar em conta o coroamento, é necessário obter as equações para de equilíbrio considerando somente flexão simples ( $N_d = 0$ ). Neste caso, apenas a equação (6) é modificada:

$$0,68 b_w d \beta_x f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s \sigma_s = 0 \quad (8)$$

Com isso, tubos de concreto armado são projetados considerando as equações de equilíbrio para flexo-compressão no flanco (6 e 7), flexão simples no coroamento (7 e 8) e de compatibilidade (3) no flanco e no coroamento.

A condição de serviço considerada no projeto de tubos é o estado limite de abertura de fissuras. De acordo com a NBR 8890 [4], para que este estado limite de serviço seja atendido, a abertura de fissuras ( $w$ ) não deve ser maior do que 0,25mm.

A equação que define o tamanho da abertura de fissuras ( $w$ ) é dada por:

$$w = \text{menor entre: } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\phi_l \sigma_{Si} 3 \sigma_{Si}}{12,5 \eta_i E_{Si} f_{ct,m}} \\ \frac{\phi_l \sigma_{Si}}{12,5 \eta_i E_{Si}} \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{array} \right. \quad (9)$$

sendo:

$\phi_l$ : diâmetro do fio da tela soldada da armadura tracionada;  
 $\eta_i$ : coeficiente de aderência dos fios da armadura tracionada (adotado como 2,25, dado que no Brasil os fios produzidos são nervurados);

$E_{Si}$ : módulo de elasticidade do aço;

$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$ : resistência média à tração do concreto;

$\rho_{ri}$ : taxa de armadura aderente em relação à área da região de envolvimento ( $A_{cr,i} = (15\phi_l)^2$ );

$\sigma_{Si}$ : tensão na armadura tracionada, que pode ser obtida pela seguinte equação:

$$\sigma_{Si} = \frac{M_d}{A_s 0,9d} \quad (10)$$

## 5. Análise realizada

### 5.1 Modelo de cálculo para os estados limites último e de serviço para tubos de concreto armado

Para avaliar a acurácia do modelo de cálculo de tubos de concreto armado, as equações de equilíbrio e de compatibilidade para o flanco e o coroamento foram aplicadas sem os coeficientes de ponderação. Logo, para o estado limite último, os esforços de cálculo ( $M_d$  e  $N_d$ ) passam a ser esforços atuantes ( $M_k$  e  $N_k$ ), as resistências de cálculo do concreto e do aço ( $f_{cd}$  e  $f_{yd}$ ) são substituídas pelas resistências características ( $f_{ck}$  e  $f_{yk}$ ).



No flanco, onde ocorre flexo-compressão, as equações de equilíbrio são reescritas da seguinte forma:

$$N_k = 0,5P_{ult} = 0,68b_w d \beta_x f_{ck} + A'_S \sigma'_S - A_S \sigma_S \quad (11)$$

$$M_k = 0,182P_{ult} r_m = 0,68b_w d^2 \beta_x f_{ck} (1 - 0,4\beta_x) + A'_S \sigma'_S (d - d') \quad (12)$$

Já no coroamento, onde ocorre flexão simples, tem-se as seguintes equações de equilíbrio:

$$0,68b_w d \beta_x f_{ck} + A'_S \sigma'_S - A_S \sigma_S = 0 \quad (13)$$

$$M_k = 0,293P_{ult} r_m = 0,68b_w d^2 \beta_x f_{ck} (1 - 0,4\beta_x) + A'_S \sigma'_S (d - d') \quad (14)$$

Com isso, com a solução conjunta das equações (11) a (14) obtém-se a força última ( $P_{ult}$ ).

Para o estado limite de serviço, o maior nível de fissuração ocorre no coroamento. Desta forma, a equação (10) é substituída na

**Tabela 2**

Estatísticas básicas dos experimentos com tubos de concreto armado

DN (mm)	Corpo de prova	$P_{ult}$ (kN/m)	$P_{ser}$ (kN/m)
800	1	97,584	68,691
	2	93,753	58,450
	3	77,767	61,281
	4	91,173	62,363
	5	89,591	61,531
	6	93,587	61,281
	8	86,926	57,617
	9	89,174	68,608
	10	86,843	62,031
	11	83,263	53,455
	12	90,923	72,522
	13	92,671	74,187
	14	100,852	63,904
	15	105,535	55,890
	16	103,142	61,198
		<b>Média</b>	<b>92,395</b>
	<b>Desvio-padrão</b>	<b>7,211</b>	<b>5,892</b>
1200	1	132,387	86,593
	2	133,303	96,668
	3	131,805	92,837
	4	133,387	86,093
	5	131,222	94,669
	6	123,561	97,917
	8	128,557	78,017
	9	134,719	93,087
	10	137,883	90,673
	11	141,879	98,333
	12	142,795	99,082
	13	137,883	89,091
	14	141,858	57,763
	15	139,881	56,723
	16	132,596	63,800
		<b>Média</b>	<b>135,557</b>
	<b>Desvio-padrão</b>	<b>5,828</b>	<b>14,745</b>

equação (9), resultando na seguinte relação para se determinar a força de serviço ( $P_{ser}$ ):

$$P_{ser} = \text{maior entre: } \begin{cases} \frac{A_S 0,9d}{0,293r_m} \sqrt{\frac{12,5\eta_i f_{ct,m} E_{Si}}{3\phi_i}} w \\ \frac{12,5\eta_i E_{Si} A_S 0,9d}{0,293r_m \phi_i \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45\right)} w \end{cases} \quad (15)$$

Os valores calculados de  $P_{ult}$  e  $P_{ser}$  são aqui denominados de valores de projeto (VP).

### 5.2 Análise estatística

Neste trabalho são determinadas as estatísticas básicas dos resultados dos experimentos de Silva [8] e Silva et al. [9], tais como média e desvio-padrão da força última  $P_{ult}$  e da força de serviço  $P_{ser}$  para as duas amostras (DN 800mm e DN 1200mm) de 16 elementos cada uma. A partir desses dados, são construídos intervalos de confiança (IC) para as médias de  $P_{ult}$  e  $P_{ser}$ . Este procedimento permite avaliar se o valor de projeto está contido no IC determinado a partir dos dados amostrais.

Os IC em torno da média são obtidos para um nível de confiança  $(1 - \alpha)$ . Uma vez que a resistência à compressão segue uma distribuição normal [13,15] e que a variância da população não é conhecida, é adotado, para construir o IC, o estimador  $T$ , que segue a distribuição t de Student e, conforme Hammer et al. [20], é dado por:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (16)$$

sendo:

T : variável aleatória com distribuição t de Student e (n-1) graus de liberdade;

$\bar{x}$  : média amostral;

$\mu$  : média da população;

S: desvio-padrão amostral;

n : quantidade de amostras.

Assim, o IC em torno da média é dado por:

$$P\left(\bar{x} - t_{\alpha/2,n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2,n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad (17)$$

sendo:

P : probabilidade do intervalo de confiança conter a média  $\mu$ ;

**Tabela 3**

Intervalos de confiança (IC) para 95% de confiança e valores de projeto (VP) de  $P_{ult}$  e  $P_{ser}$  nos tubos de concreto armado calculados com valores característicos dos corpos de prova

DN (mm)	$P_{ult}$ (kN/m)	$P_{ser}$ (kN/m)
800	IC: [88,553 – 96,238] VP: 70,647	IC: [59,337 – 65,617] VP: 24,796
1200	IC: [132,451 – 138,662] VP: 80,085	IC: [76,501 – 92,215] VP: 27,050

**Tabela 4**

Teste de hipótese para média de  $P_{ult}$  e  $P_{ser}$  ( $\alpha = 5\%$  e VP com valores característicos)

DN (mm)	Carga	Teste de hipótese com $t_{0,95;15} = 1,753$			
		Hipóteses	$t_{calc}$	Decisão	Valor P
800	$P_{ult}$	$H_0: \mu = 70,647 \text{ kN/m}$ $H_1: \mu > 70,647 \text{ kN/m}$	12,065	Rejeita-se $H_0$	$4,0 \cdot 10^{-9}$
	$P_{ser}$	$H_0: \mu = 24,796 \text{ kN/m}$ $H_1: \mu > 24,796 \text{ kN/m}$	25,579	Rejeita-se $H_0$	$8,7 \cdot 10^{-14}$
1200	$P_{ult}$	$H_0: \mu = 80,085 \text{ kN/m}$ $H_1: \mu > 80,085 \text{ kN/m}$	38,074	Rejeita-se $H_0$	$2,4 \cdot 10^{-16}$
	$P_{ser}$	$H_0: \mu = 27,050 \text{ kN/m}$ $H_1: \mu > 27,050 \text{ kN/m}$	15,546	Rejeita-se $H_0$	$1,2 \cdot 10^{-10}$

$t_{\alpha/2, n-1}$ : ponto superior  $(100\alpha/2)\%$  da distribuição t de Student com  $(n - 1)$  graus de liberdade.

Outra técnica de inferência estatística é a aplicação de teste de hipótese, utilizada para verificar qual de duas afirmações competitivas a respeito do valor de um parâmetro é verdadeira [19]. Neste trabalho, o teste de hipótese é aplicado para avaliar se, para cada tubo, há diferença estatisticamente significativa entre a média amostral de  $P_{ult}$  e de  $P_{ser}$  e seus respectivos valores de projeto (VP). Assim, a hipótese nula ( $H_0$ ) é que a média amostral é igual ao VP e a hipótese alternativa ( $H_1$ ) é que a média amostral é maior que VP.

Para casos em que a população segue uma distribuição normal, como é o caso da resistência à compressão [13,15], com variância desconhecida, adota-se como distribuição estatística do teste a t de Student com  $(n - 1)$  graus de liberdade [19], sendo este o procedimento adotado neste trabalho. Assim, a estatística do teste é dada por:

$$t_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu_1}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \tag{18}$$

sendo:

$t_{calc}$ : estatística do teste com distribuição t de Student e  $(n-1)$  graus de liberdade;

$\mu_1$ : valor de projeto.

Para um nível de significância  $\alpha$ , deve-se rejeitar  $H_0$  se a estatística de teste superar o valor crítico, isto é:

$$t_{calc} > t_{1-\alpha, n-1} \tag{19}$$

do contrário, não se pode rejeitar a hipótese nula.

**Tabela 6**

Teste de hipótese para média de  $P_{ult}$  e  $P_{ser}$  ( $\alpha = 5\%$  e VP com valores médios)

DN (mm)	Carga	Teste de hipótese com $t_{0,95;15} = 1,753$			
		Hipóteses	$t_{calc}$	Decisão	Valor P
800	$P_{ult}$	$H_0: \mu = 73,519 \text{ kN/m}$ $H_1: \mu > 73,519 \text{ kN/m}$	10,472	Rejeita-se $H_0$	$2,7 \cdot 10^{-8}$
	$P_{ser}$	$H_0: \mu = 28,401 \text{ kN/m}$ $H_1: \mu > 28,401 \text{ kN/m}$	23,132	Rejeita-se $H_0$	$3,8 \cdot 10^{-13}$
1200	$P_{ult}$	$H_0: \mu = 82,627 \text{ kN/m}$ $H_1: \mu > 82,627 \text{ kN/m}$	36,330	Rejeita-se $H_0$	$4,9 \cdot 10^{-16}$
	$P_{ser}$	$H_0: \mu = 29,390 \text{ kN/m}$ $H_1: \mu > 29,390 \text{ kN/m}$	14,911	Rejeita-se $H_0$	$2,1 \cdot 10^{-10}$

**Tabela 5**

Intervalos de confiança (IC) para 95% de confiança e valores de projeto (VP) de  $P_{ult}$  e  $P_{ser}$  nos tubos de concreto armado calculados com valores médios dos corpos de prova

DN (mm)	$P_{ult}$ (kN/m)	$P_{ser}$ (kN/m)
800	IC: [88,553 – 96,238] VP: 73,519	IC: [59,337 – 65,617] VP: 28,401
1200	IC: [132,451 – 138,662] VP: 82,627	IC: [76,501 – 92,215] VP: 29,390

Outra forma de reportar o resultado de um teste de hipótese é por meio da probabilidade denominada valor P, que é o menor valor de  $\alpha$  que leva à rejeição de  $H_0$ . Assim, uma vez calculado o valor P, se ele for menor do que o nível de significância  $\alpha$  empregado no teste, a hipótese nula é rejeitada [19]. Para o cálculo do valor P, podem ser utilizados softwares de Estatística, como, por exemplo, o *Past!* [20], empregado para este trabalho.

## 6. Resultados e discussões

Aplicando-se os valores dados na Tabela 1 às Equações (3), (11), (12), (13), (14) e (15), obtêm-se os valores de projeto (VP) das forças últimas e de serviço para os tubos com DN 800mm, respectivamente 70,647kN/m e 24,796kN/m, e para os tubos com DN 1200mm, 80,085kN/m e 27,050kN/m.

**Tabela 7**

Comparação das distribuições de tensão hiperbólica e linear [6]

Distribuição de tensão hiperbólica			Distribuição de tensão linear		Erro de S devido a hipótese da lei linear
$r_m/h$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	%
1	9,2	-4,4	6,0	-6,0	35,0
2	14,4	-10,3	12,0	-12,0	17,0
3	20,2	-16,1	18,0	-18,0	10,9
4	26,2	-22,2	24,0	-24,0	9,2
10	62,0	-58,0	60,0	-60,0	3,2

Em que:  $\alpha = \frac{\sigma_{\max}}{Ar_m}$  e  $\beta = \frac{\sigma_{\min}}{Ar_m}$  sendo M o momento fletor, A a área da seção transversal e  $r_m$  o raio médio do tubo.

As estatísticas básicas dos experimentos de Silva [8] e Silva et al. [9], obtidos com a amostra de 16 elementos de tubo com DN 800mm e com a amostra de 16 elementos de tubo com DN 1200mm, são apresentadas na Tabela 2.

Ao nível de confiança  $(1 - \alpha)$  de 95%, foram obtidos os intervalos de confiança (IC) em torno das médias de  $P_{ult}$  e de  $P_{ser}$  mostrados na Tabela 3, na qual, para fins de comparação, estão dispostos os respectivos valores de projeto (VP).

Dado que os valores de projeto de  $P_{ult}$  e  $P_{ser}$ , para ambos os tubos, encontram-se abaixo do limite inferior do respectivo IC, suspeita-se que as forças última e de serviço sejam significativamente maiores que seus respectivos VP. De fato, os resultados do teste de hipótese para as médias de  $P_{ult}$  e  $P_{ser}$  mostrados na Tabela 4, confirmam esta suspeita.

Nos quatro testes de hipótese realizados, o valor de  $t_{calc}$  mostra-se superior ao valor crítico de 1,753, notadamente para  $P_{ser}$  do tubo DN800 e para  $P_{ult}$  do tubo DN1200. Ou seja, as forças última e de serviço são significativamente maiores que seus respectivos VP. Nota-se que os altos valores de  $t_{calc}$  se devem tanto à alta diferença entre a média amostral e VP, quanto ao baixo desvio-padrão amostral.

Uma vez que os VP foram obtidos com valores de resistência característica dos materiais, pode-se suspeitar que as diferenças obtidas sejam excessivas. Assim, os mesmos testes foram realizados a partir dos valores de resistência médios dos materiais, condição que mais se aproxima do comportamento real. Os resultados estão apresentados na Tabela 5 para os intervalos de confiança com nível de confiança  $(1 - \alpha)$  de 95% e na Tabela 6 para os testes de hipótese para as médias de  $P_{ult}$  e  $P_{ser}$ .

Embora o número de elementos ensaiados por Silva [8] e Silva et al. [9] não seja elevado, os resultados obtidos podem ser considerados válidos. Conforme Montgomery e Runger [19], estudos recentes indicam que o teste  $t$  de Student é relativamente insensível à normalidade da população, funcionando satisfatoriamente com amostras pequenas. Assim, os resultados dos testes de hipótese deste trabalho permitem inferir, sob um risco de 4.10<sup>-7</sup>% (máximo valor P obtido nos testes), que os tubos de concreto armado tendem a apresentar uma resistência à compressão bastante superior aos requisitos de projeto.

Este resultado evidencia que o modelo de cálculo adotado para o dimensionamento de tubos de concreto resulta em valores

muito abaixo do que é observado experimentalmente, podendo estar exageradamente a favor da segurança.

Assim, pode-se inferir que o atual modelo de cálculo adotado para projeto de tubos de concreto armado, baseado na hipótese de Euler-Bernoulli, podendo ser inadequado para tubos em que a razão entre o raio e a altura da seção transversal ( $r_m/h$ ) seja inferior a 10. Em estruturas circulares, tais como arcos e anéis, compostas por materiais homogêneos com regime elástico e linear, Timoshenko [6] prova que as deformações normais na seção transversal são dadas por uma equação hiperbólica. A simplificação para a hipótese de Euler-Bernoulli (distribuição linear das deformações) mostra-se razoável desde que a razão  $r_m/h$  seja maior do que 10, conforme comparativo entre tensões apresentado por Timoshenko [6] e reproduzido na Tabela 5.

Uma alternativa para aperfeiçoar o modelo de cálculo de tubos de concreto, isto é, aproveitar melhor a capacidade portante dos materiais, pode ser a consideração de que as deformações na seção transversal são hiperbólicas [6], em vez de lineares, conforme o atual modelo de cálculo.

## 7. Conclusões

A adoção da hipótese de Euler Bernoulli para tubos de concreto armado leva a valores de resistência menores do que aqueles observados experimentalmente, conforme a análise apresentada neste trabalho a partir dos experimentos apresentados por Silva [8] e Silva et al. [9]. No entanto, é necessário realizar uma campanha experimental com uma amostra maior, de modo a corroborar as observações deste trabalho.

Confirmando-se estes resultados, pode-se propor um modelo de cálculo específico para este tipo de estrutura, o que levaria a ajustes das normas NBR 8890 [4] e NBR 6118 [5].

Naturalmente, tal desenvolvimento deverá contar com amplo embasamento em pesquisas experimentais, a fim de que o modelo de cálculo se aproxime do comportamento real da estrutura.

## 8. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe pelo aporte físico, que auxiliou o desenvolvimento deste trabalho.



## 9. Referências bibliográficas

- [1] BECK, A. T. Curso de confiabilidade estrutural, Notas de aula (SET 5915 – Confiabilidade Estrutural), EESC/USP, 2012.
- [2] EL DEBS, M. K. Projeto estrutural de tubos de concreto armado, IBTS, 2003.
- [3] ZAIDLER, W. Projetos estruturais de tubos enterrados. PINI, 1983.
- [4] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8890: Tubo de concreto de seção circular para águas pluviais e esgotos sanitários – requisitos e métodos de ensaios. Rio de Janeiro, 2008.
- [5] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto armado – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- [6] TIMOSHENKO, S. P. Resistência dos Materiais: volume 1, Ao Livro Técnico S.A., 1967.
- [7] THOFT-CHRISTENSEN, P.; BAKER, M. J. Structural Reliability Theory and Its Applications, Springer-Verlag, 1982.
- [8] SILVA, J. L. Análise de tubos circulares de concreto armado para o ensaio de compressão diametral com base na teoria de confiabilidade, São Carlos, 2011, Tese (doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 172 p.
- [9] SILVA, J. L.; EL DEBS, M. K.; KATAOKA, M. N. A comparative experimental investigation of reinforced-concrete pipes under three-edge-bearing test: Spigot and Pocket and Ogee Joint pipes. *Acta Scientiarum Technology*. V. 40, e30860, 2018.
- [10] SILVA, J. L.; EL DEBS, M. K.; BECK, A. T. Análise da confiabilidade de tubos de concreto armado no estado limite de fissuração, *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 1, n. 4, p. 314-330, 2008.
- [11] FIGUEIREDO, A. D.; DE LA FUENTE, A.; AGUADO, A.; MOLINS, C.; CHAMA NETO, P. J. Tubos de concreto reforçado com fibras de aço. Parte 1: análise tecnológica do comportamento mecânico, *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 5, n. 1, p. 1-11, 2012.
- [12] OLIVEIRA, M. A. B.; MACÊDO, A. N.; POMPEU, B. B.; CABRAL, A. E. B. Tubos de concreto produzidos com fibras de aço e agregados da região metropolitana de Belém do Pará, *Ambiente Construído*, v. 17, n. 4, p. 141-163, 2017.
- [13] ARAÚJO, J. M. Curso de concreto armado: volume 1. Rio Grande: Dunas, 2014a.
- [14] ARAÚJO, J. M. Curso de concreto armado: volume 3. Rio Grande: Dunas, 2014b.
- [15] CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: segundo a NBR 6118:2014. EdUFSCar, 2015.
- [16] CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. Cálculo e detalhamento de estruturas de concreto armado: volume 2. PINI, 2013.
- [17] FUSCO, P. B. Estruturas de concreto: solicitações normais. Guanabara Dois, 1981.
- [18] GIONGO, J. S. Concreto armado: análises das resistências das seções transversais de elementos estruturais, Notas de aula (SET 409 – Estruturas de Concreto Armado I), EESC/USP, 2015.
- [19] MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros. Rio de Janeiro: LTC, 2018.
- [20] HAMMER, Ø.; HARPER, D. A. T.; RYAN, P. D. PAST: Paleontological Statistics Software Package for Education and Data Analysis, *Palaeontologia Electronica*, v. 4, n. 1, p. 1-31, 2001.