

Optimization of reinforced concrete beams using *Solver* tool

Otimização de vigas de concreto armado utilizando a ferramenta Solver



R. S. CORREIA^a
rubenssilvacorreia@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-5378-385X>

G. F. F. BONO^a
giuliana.franca@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-3668-135X>

G. BONO^a
bonogustavo@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-4666-8703>

Abstract

Due to the development in structural analysis studies, optimization techniques have become part in the design of reinforced concrete structures. Making it possible to design structures with optimized cross-sections. Thus, the present study aims to implement optimization techniques, using the Solver tool, to design procedure of reinforced concrete beams following the precepts of Brazilian Standard ABNT NBR 6118:2014. Focusing to minimize the cost of reinforced concrete beams, where the design variables are the height and width of the beam cross-section and the constraints are imposed by the relevant technical standards and design variables limitations.

Keywords: structural optimization, beams, reinforced concrete.

Resumo

Com os avanços nos estudos de análise estrutural, técnicas de otimização passaram a fazer parte do dimensionamento das estruturas de concreto armado. Por meio de tais técnicas, é possível conceber estruturas com seções otimizadas. Assim, o presente estudo tem por objetivo implementar técnicas de otimização, utilizando a ferramenta Solver, ao processo de dimensionamento de vigas de concreto armado, seguindo os preceitos da Norma Brasileira ABNT NBR 6118:2014. Será minimizado o custo das vigas de concreto armado, onde as variáveis de projeto são a altura e a base da seção transversal da viga e as restrições são imposições das normas técnicas pertinentes e limitações das variáveis de projeto.

Palavras-chave: otimização estrutural, vigas, concreto armado.

^a Federal University of Pernambuco, Post-graduation program of Civil and Environmental Engineering, Caruaru, PE, Brazil.

Received: 31 May 2018 • Accepted: 25 Aug 2018 • Available Online: 08 Aug 2019

 This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License

1. Introdução

A indústria da construção civil é de grande importância no contexto do desenvolvimento sustentável, não apenas pela sua contribuição para a economia como também pelos seus grandes impactos ambientais e sociais. Construir de um modo sustentável consiste em minimizar o consumo de recursos naturais e maximizar a sua reutilização. Neste sentido um diferencial competitivo para as empresas desse setor é diminuir o consumo de material utilizado nas construções. Por isso as empresas do setor vêm investindo constantemente em novas técnicas de minimização de desperdícios e, conseqüentemente, do custo total da obra [1]. Nos últimos anos, devido ao grande desenvolvimento computacional, podem-se analisar estruturas complexas através de softwares de cálculo estrutural, tornando o dimensionamento das estruturas mais econômico [2].

De modo geral, o dimensionamento convencional de estruturas em concreto armado é um processo de tentativa e erro, onde as dimensões dos elementos estruturais são estimadas e adotadas caso os critérios de segurança e serviço sejam atendidos. Esse procedimento nem sempre levará à melhor solução econômica e estrutural. Sendo muitas as soluções possíveis, a escolha da mais adequada pode ser determinada com a implementação de técnicas matemáticas de otimização. Atualmente, existem várias ferramentas de análise e dimensionamento de estruturas, mas não é comum a incorporação de módulos de otimização no projeto de estruturas de concreto armado.

A otimização matemática pode ser utilizada como uma ferramenta de auxílio ao projetista nas tomadas de decisões, desde a definição do pré-dimensionamento dos elementos estruturais até seu dimensionamento final, eliminando o procedimento de tentativa e erro e, conseqüentemente, diminuindo o tempo de elaboração de projetos. Existem diversos softwares com recursos destinados a resolver problemas de otimização, tais como MATLAB, Octave, Dakota, Scilab, Solver, entre outros.

Diversos estudos [3-6] de otimização de vigas de concreto armado utilizaram o MATLAB, enquanto outras pesquisas [7-12] utilizaram o Solver. As vantagens do Solver em relação a outros softwares, como o MATLAB, são a facilidade de uso e a dispensa de conhecimentos específicos de programação. Além do mais, o Solver é empregado na planilha de cálculos do *Microsoft Excel*, sendo esta uma ferramenta bastante utilizada na engenharia.

Os estudos [7-12] de otimização de vigas de concreto armado com o Solver, normalmente, buscam determinar parâmetros da seção transversal da viga, visando a minimização dos custos submetidos as restrições das normas técnicas pertinentes.

Maia [7], em seu estudo de otimização, obteve a altura da viga e o fator de redução do momento fletor negativo que minimizassem os custos. Através do estudo de vários exemplos, o autor comprovou a eficiência da otimização por meio do Solver.

Kripka e Pagnussat [8] determinaram a altura ótima da viga que minimizasse os custos, levando em consideração as armaduras transversais, e foi verificado que a altura ótima é próxima da estimativa usual de projeto. Bhalchandra e Adsul [9], ao invés da altura, obtiveram a largura, as áreas de aço e o cobrimento da viga que minimizassem a quantidade de material, por meio dos métodos dos Algoritmos Genéticos (AG) do MATLAB e do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) do Solver, constatando que os AG apresentaram os melhores resultados.

Rahmanian, Lucet e Tesfamariam [10], Junior e Oliveira [11] incluíram alguns aspectos na formulação do problema de otimização que não foram considerados nos estudos anteriores. Ambos os trabalhos consideraram diâmetros comerciais na determinação das áreas de aço. Além disso, Rahmanian, Lucet e Tesfamariam [10] adicionaram a restrição de limitação de fissuras na otimização de vigas.

Rahmanian, Lucet e Tesfamariam [10] determinaram a altura e a área de aço que minimizam os custos da viga, por meio dos AG e GRG do Solver, constatando uma melhor eficiência com o GRG. Junior e Oliveira [11] obtiveram as dimensões da seção transversal, a resistência do concreto e o diâmetro das armaduras que minimizam os custos da viga, concluindo que a altura ótima é próxima da estimativa usual de projeto e que a solução otimizada apresenta significativa economia em relação a outras soluções.

Fraga e Kripka [12], diferente dos trabalhos anteriores, obtiveram a altura ótima da viga para minimizar os custos financeiros e também ambientais. Os custos ambientais estão relacionados ao impacto ambiental que a viga causa no meio ambiente. Foi obtido o comportamento da altura ótima devido a variação dos parâmetros do problema e foi verificado que o uso de concretos de menor resistência reduz os custos financeiros e ambientais.

É nesse contexto que este trabalho propõe incorporar técnicas de otimização, utilizando a ferramenta Solver, ao processo de dimensionamento e verificação da capacidade resistente de vigas de concreto armado, seguindo os preceitos da Norma Brasileira ABNT NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento (2014) [13]. Neste artigo são dimensionadas vigas de concreto armado, obtendo seções retangulares otimizadas para situações com diferentes variações de vãos das vigas, carregamentos e classes de resistência característica à compressão do concreto. Sendo assim, pretende-se evidenciar a economia obtida com a utilização de técnicas de otimização, comparando as seções transversais otimizadas com o procedimento convencional.

2. Dimensionamento otimizado de vigas de concreto armado

Define-se um problema de otimização de funções como encontrar o vetor x de n variáveis de projeto tal que:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar: } f(x) \\ &\text{Sujeito a:} \\ &h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, m \\ &g_k(x) \leq 0, \quad k = 1, \dots, p \\ &x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

Onde, $f(x)$ é a função objetivo a ser otimizada, $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ é um vetor que contém as variáveis de projeto, n é o número de variáveis de projeto, $h_j(x)$ são as restrições de igualdade, m é o número total de restrições de igualdade, $g_k(x)$ são as restrições de desigualdade, p é o número total de restrições de desigualdade, x_i^{\min} e x_i^{\max} são as restrições laterais. As variáveis de projeto são aquelas que se alteram durante o processo de otimização, podendo adotar qualquer valor definido no domínio viável de soluções. As restrições descrevem situações indesejáveis de projeto, como por exemplo, limites de tensões, deslocamentos, aberturas de fissuras, entre outras.

Ao transformar o dimensionamento de vigas de concreto armado

em um problema matemático de otimização, é possível encontrar a solução mais econômica entre várias soluções possíveis. Neste trabalho, será minimizado o custo das vigas, onde as variáveis de projeto são a altura (h) e a base (b) da seção transversal e as restrições são imposições das normas técnicas pertinentes e limitações das variáveis de projeto.

Para a função objetivo, foram considerados os custos unitários do aço, das fôrmas e do concreto. Na Tabela 1, são apresentados os custos extraídos das tabelas de preço do SINAPI [14] (Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil), para o estado de Pernambuco e da empresa MASTERMIX da cidade de Caruaru (PE).

Nos custos do aço (C_A), são considerados dois termos: o primeiro termo referente ao custo das armaduras longitudinais e o segundo termo referente ao custo das armaduras transversais, conforme a Eq. (2). Vale ressaltar que os custos das armaduras longitudinais são compostos pelos custos das armaduras de tração, compressão e de pele.

$$C_A = A_{Al}L_{Al}\rho P_{Al} + A_{At}L_{At}n_{At}\rho P_{At} \quad (2)$$

Onde, A_{Al} é a área da seção transversal da armadura longitudinal, L_{Al} é o comprimento total da armadura longitudinal, ρ é a massa específica do aço (7850 kg/m³), P_{Al} é o custo unitário da armadura longitudinal (R\$/kg), A_{At} é a área da seção transversal da armadura transversal, L_{At} é o comprimento total da armadura transversal, n_{At} é o número de armaduras transversais que a viga contém e P_{At} é o custo unitário da armadura transversal (R\$/kg).

O custo das fôrmas (C_F) é dado pela Eq. (3), e o custo do concreto (C_C) é calculado conforme a Eq. (4):

$$C_F = (b + 2h)L_{ef}P_F \quad (3)$$

$$C_C = bhL_{ef}P_C \quad (4)$$

Nas quais b e h são a base e altura da seção transversal, respectivamente, L_{ef} é o vão efetivo e P_F e P_C são os custos unitários das fôrmas (R\$/m²) e do concreto (R\$/m³), respectivamente.

Assim, a função objetivo (C) é dada pela soma dos custos C_A , C_F e C_C .

As restrições impostas ao problema estudado são apresentadas a seguir:

- De acordo com o item 17.4.2.1 da ABNT NBR 6118:2014 [13], a força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}) deve ser menor ou igual a força cortante resistente de cálculo à compressão (V_{Rd2}):

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (5)$$

- Quando for necessário utilizar mais de uma camada de barras na seção transversal da viga, a distância do centro de gravidade das barras (a) ao centro da barra mais afastada deve ser menor que 10% da altura (h), conforme o item 17.2.4.1 da ABNT NBR 6118:2014 [13]:

$$a \leq 0,10h \quad (6)$$

- Em conformidade com o item 17.3.5.2.4 da ABNT NBR 6118:2014 [13], a soma das armaduras de tração (A_s) e compressão (A_s') não deve ter valor maior que 4% da área de concreto da seção (A_c):

$$A_s + A_s' \leq 0,04A_c \quad (7)$$

- Na verificação do Estado Limite de Deformação Excessiva, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 [13], o deslocamento total a_t não deve ultrapassar o valor limite a_{tlim} indicado na Tabela 13.3 da referida norma, sendo considerado neste estudo o deslocamento limite para aceitabilidade visual:

$$a_t \leq a_{tlim} \quad (8)$$

- O Estado Limite de Abertura de Fissuras é verificado conforme o item 17.3.3.2 da ABNT NBR 6118:2014 [13]. O tamanho das aberturas de fissuras (w) deve respeitar o valor limite w_{lim} estipulado pela norma (0,3 mm para a Classe de Agressividade Ambiental II):

$$w \leq w_{lim} \quad (9)$$

- As variáveis de projeto, altura (h) e base (b), devem ser um número inteiro com as seguintes restrições laterais:

$$h = h_{int} \quad (10)$$

$$b = b_{int} \quad (11)$$

$$25 \text{ cm} \leq h \leq 100 \text{ cm} \quad (12)$$

$$12 \text{ cm} \leq b \leq 20 \text{ cm} \quad (13)$$

Com as definições das variáveis de projeto, da função objetivo e das restrições, o problema pode ser matematicamente descrito da seguinte forma:

Minimizar: $C(h, b)$

Sujeito a:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2}$$

$$a \leq 0,10h$$

$$A_s + A_s' \leq 0,04A_c \quad (14)$$

$$a_t \leq a_{tlim}$$

$$w \leq w_{lim}$$

$$h = h_{int}$$

$$b = b_{int}$$

$$25 \leq h \leq 100$$

$$12 \leq b \leq 20$$

Assim, o problema de otimização consiste em encontrar a base (b) e a altura (h) da seção transversal da viga para minimizar o custo (C), respeitando as restrições impostas.

Tabela 1

Custos unitários do concreto, aço e fôrmas

Concreto		
Fonte	Tipo	Preço (R\$/m ³)
94964 – SINAPI 12/2016	C20	258,97
94965 – SINAPI 12/2016	C25	252,39
94966 – SINAPI 12/2016	C30	260,52
MASTERMIX/CARUARU	C35	298,00
94968 – SINAPI 12/2016	C40	299,64
Aço CA-50		
Fonte	Bitola (mm)	Preço (R\$/kg)
-	5	9,47
92760 – SINAPI 12/2016	6,3	9,47
92761 – SINAPI 12/2016	8	9,14
92762 – SINAPI 12/2016	10	7,43
92763 – SINAPI 12/2016	12,5	6,17
92764 – SINAPI 12/2016	16	4,85
Fôrmas		
Fonte	Preço (R\$/m ²)	
92446 – SINAPI 12/2016	119,03	

As etapas do dimensionamento otimizado se encontram na Figura 1. Com uma solução inicial (b e h), determinam-se os parâmetros necessários para calcular a função objetivo e as restrições (Eq. (14)). Na sequência, é verificado se a solução ótima foi encontrada. Caso sim, o processo finaliza, caso contrário, modifica-se a solução, repetindo o processo até convergir para a solução ótima. As áreas de aço são determinadas pelo dimensionamento ao momento fletor e ao esforço cortante, garantindo que os esforços resistentes sejam maiores ou iguais aos esforços solicitantes na seção transversal da viga. As etapas do dimensionamento serão descritas a seguir. Primeiramente, com os dados de entrada, são calculados o vão efetivo, o carregamento e o módulo de elasticidade longitudinal do concreto. Em seguida, são determinados os esforços solicitantes na viga. Com tais esforços, é feito o dimensionamento ao momento fletor e ao esforço cortante, determinando as áreas de aço. Posteriormente, realiza-se o detalhamento das armaduras transversais e longitudinais. Na sequência, determinam-se os parâmetros para a verificação dos Estados Limites de Serviço (ELS): Deformações Excessivas e Aberturas de Fissuras. Por fim, determina-se a arma-

dura de pele (quando necessário) e define-se a ancoragem. Estas etapas se encontram esquematizadas na Figura 1.

Vale ressaltar que para o dimensionamento otimizado realizado neste trabalho, foram adotadas as seguintes considerações:

- Foi considerada a possibilidade de armadura dupla, quando necessário, no dimensionamento ao momento fletor;
- Como mencionado anteriormente, caso seja necessário, foi considerada a possibilidade de utilização de armadura de pele, sendo adotado o diâmetro de 6,3 mm para esse tipo de armadura;
- No detalhamento das armaduras transversais (estribos) foram considerados diâmetros comerciais de até 12,5 mm para o aço CA-50. A escolha do diâmetro e do espaçamento é feita de forma a se aproximar o máximo possível da área de aço calculada, respeitando as imposições da ABNT NBR 6118:2014 [13]. Considera-se a distribuição dos estribos ao longo do vão, sendo detalhadas as regiões dos apoios e trecho central (com armadura transversal mínima);
- No detalhamento das armaduras longitudinais, foram considerados diâmetros comerciais de até 16 mm para o aço CA-50, já que diâmetros maiores são mais comuns em obras de grande porte. A escolha da disposição das barras na seção transversal segue as prescrições da ABNT NBR 6118:2014 [13]. Primeiramente, tenta-se dispor as barras em uma única camada, de modo a se aproximar ao máximo da área de aço calculada, e quando isso não é possível, a disposição ocorre em várias camadas;
- No cálculo dos deslocamentos máximos, é levada em consideração a possibilidade de adoção de contraflecha, afim de diminuir a flecha total;
- Na determinação da ancoragem das armaduras de tração, tenta-se primeiramente uma ancoragem reta de todas as barras. Quando isso não é possível, são considerados ganchos nas barras da primeira camada. Se a solução com ganchos não for possível, utilizam-se grampos juntamente com os ganchos. A ancoragem das armaduras de compressão e de pele, quando existirem, é do tipo ancoragem reta. A ancoragem dos estribos também é levada em consideração.

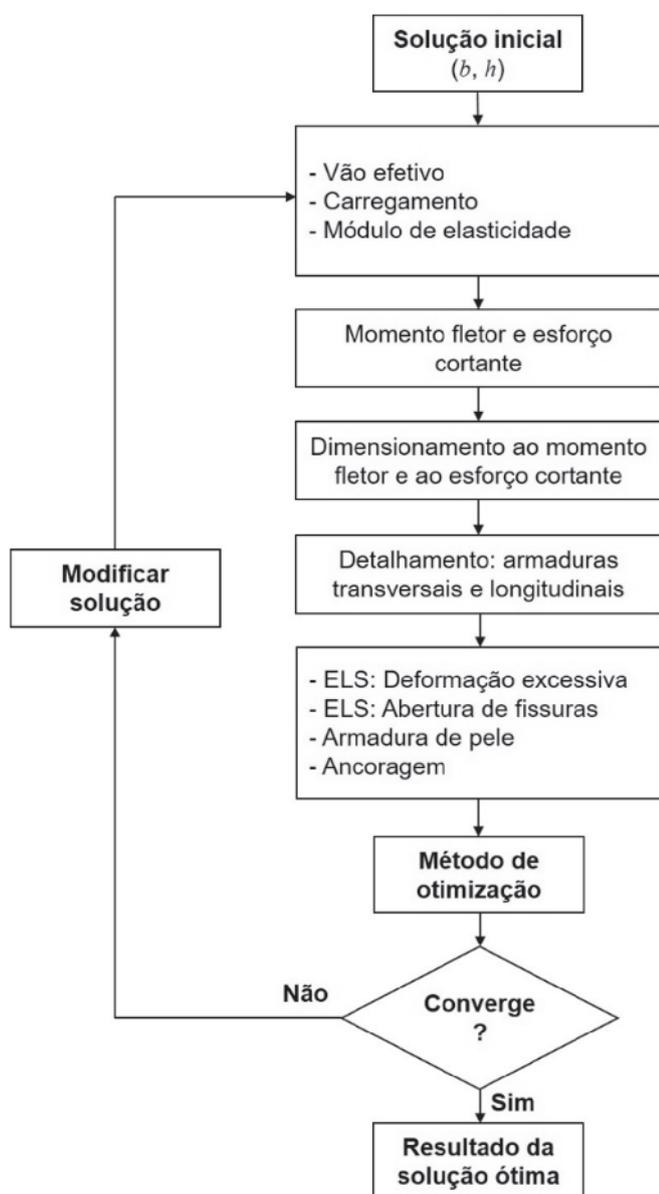


Figura 1 Fluxograma do dimensionamento otimizado da viga

3. Ferramenta de otimização: Analytic Solver Platform

O programa para o dimensionamento otimizado da viga de concreto armado foi implementado em uma planilha do Excel, para utilizar o *Analytic Solver Platform* [15]. Essa ferramenta foi desenvolvida pela *Frontline Systems* [16] para resolver problemas de otimização escritos em planilhas do Excel. Neste trabalho, foi utilizada a versão 2016-R3 do Solver.

Nas células da planilha da caixa de diálogo do Solver são inseridas as informações do problema, tais como: a função objetivo, as variáveis de projeto e as restrições. Na sequência, seleciona-se o método de otimização mais adequado para análise do problema. Existem três métodos de otimização no Solver: o *LP Simplex*, o *GRG Não Linear* e o *Evolutionary*. O método *LP Simplex* é utilizado em problemas de otimização linear [17-18]. O método *GRG Não Linear* é usado para problemas do tipo não linear. Já o método *Evolutionary* é utilizado em problemas do tipo não linear complexos [17]. O método *GRG Não Linear* é baseado no método do Gradiente Reduzido Generalizado, que é uma extensão do método do Gradiente Reduzido para resolver problemas com restrições de desigualdade não linear. [18-19]. O método *Evolutionary* é baseado no método dos algoritmos genéticos que é definido como uma técnica de otimização e busca fundamentada nos princípios da genética e seleção natural [20], sendo bastante aplicado por cientistas e engenheiros para resolver problemas práticos [21].

Para determinar qual é o método mais adequado para a resolução do problema de otimização, o *Solver* dispõe de um recurso chamado *Analyze without Solving*, onde são feitos testes de convexidade para saber o tipo de problema de otimização, e assim utilizar o método mais adequado [22]. Realizando essa análise no presente estudo, constatou-se que se trata de um problema do tipo não suave e não convexo, sendo então utilizado o método *Evolutionary*.

Nas configurações do *Evolutionary*, os valores adotados para o tamanho da população ("Population Size") e taxa de mutação ("Mutation Rate") foram, respectivamente, 100 e 0,075. Na Figura 2, mostra-se a caixa de diálogo "Engine" do *Solver* com os demais parâmetros adotados.

4. Estruturas analisadas

Foram analisadas as seções transversais de vigas de concreto armado, biapoiada em pilares, e submetida a um carregamento uniformemente distribuído. A seção transversal é retangular de largura (b) e altura (h), conforme mostra-se na Figura 3. Os pilares são de seção transversal quadrada, com dimensão de 20 cm. O aço utilizado é de classe CA-50. O cobrimento nominal é de 30 mm, sendo a Classe de Agressividade Ambiental II. Vale salientar que neste estudo não foi considerada a rigidez dos pilares.

Para o estudo das seções transversais das vigas foram analisados a influência dos seguintes parâmetros: os valores do vão livre, do carregamento característico e da classe de resistência característica do concreto. O valor do vão livre foi variado de 2 m a 7 m em incrementos de 0,50 m, o carregamento característico varia de 10 kN/m a 50 kN/m em incrementos de 5 kN/m e a classe de resistência característica à compressão do concreto varia entre 20 MPa e 40 MPa em incrementos de 5 MPa.

5. Resultados e discussões

Com a implementação do dimensionamento da viga e a formulação do problema de otimização na planilha do *Excel*, foram

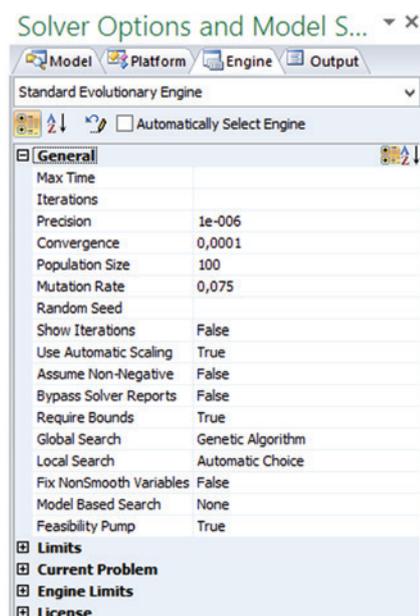


Figura 2
Caixa de diálogo do *Solver*

obtidas diversas seções otimizadas que minimizam o custo da viga. As variáveis de projeto adotadas são a altura e a base da viga. Analisando as combinações dos diferentes valores de vão livre (11 casos), carregamento (9 casos) e resistência característica à compressão do concreto (5 casos), obtêm-se 495 seções otimizadas. Nos próximos itens, apresentam-se os resultados numéricos e as principais conclusões.

5.1 Altura e base das seções otimizadas

Inicialmente, estuda-se como a relação *altura/comprimento do vão*

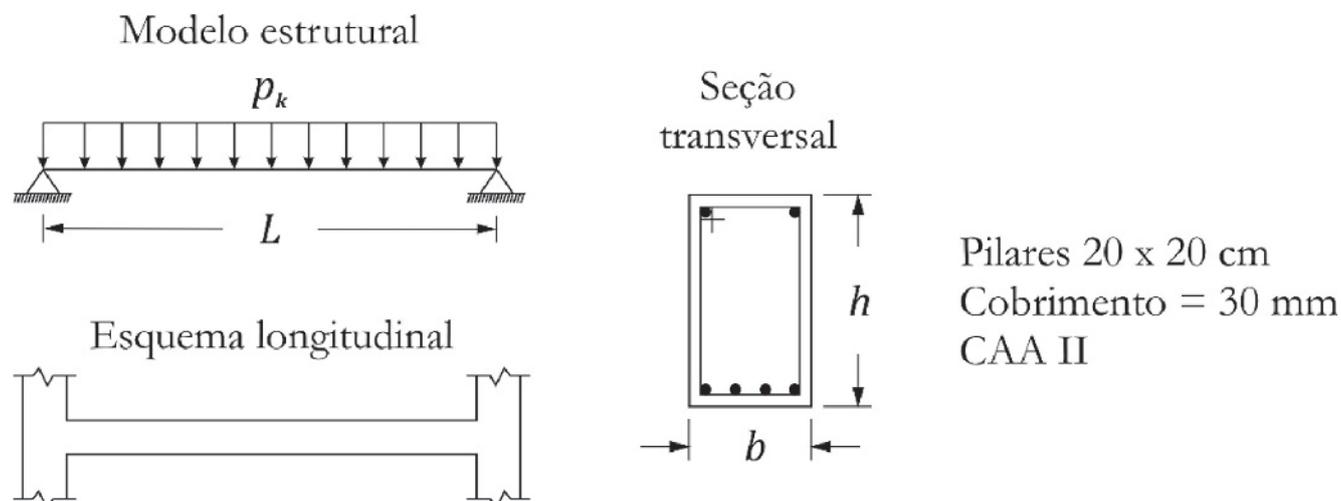


Figura 3
Modelo da viga estudada

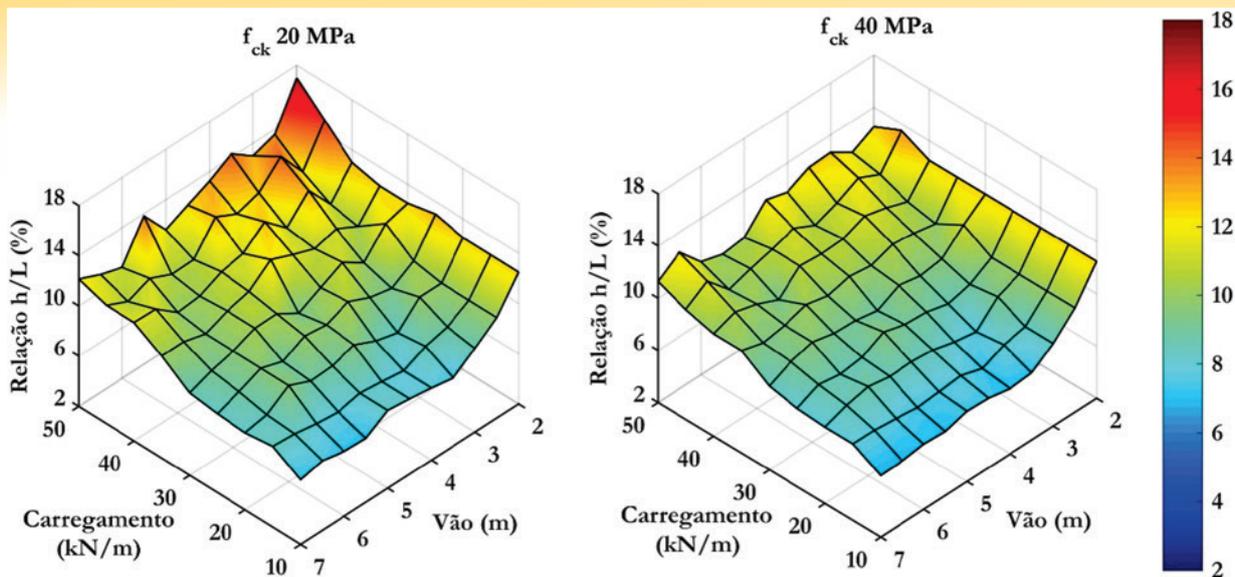


Figura 4
Relação ótima (h/L) por vão e carregamento, para concretos de 20 MPa e 40 MPa

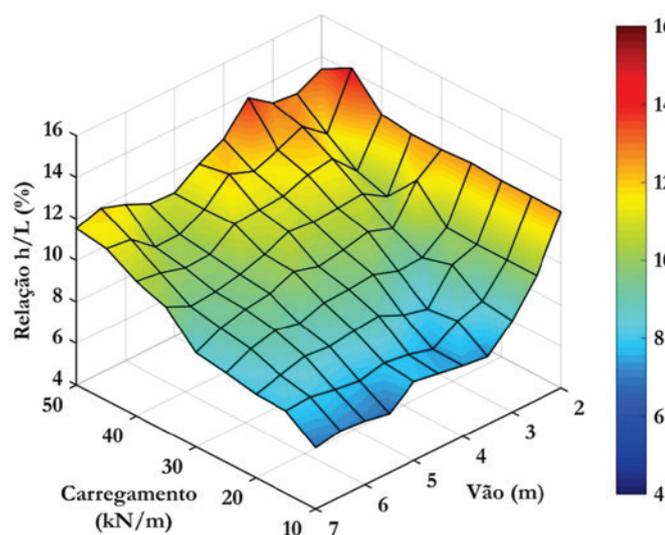


Figura 5
Relação média ótima (h/L)

nas seções otimizadas varia em função do carregamento, do comprimento do vão e da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}). Posteriormente, realiza-se a mesma análise para a base da viga.

Na etapa de pré-dimensionamento, uma estimativa usual para determinação da altura das seções transversais das vigas de concreto armado é adotar uma relação altura/comprimento do vão em torno de 10%.

Nos casos analisados, observou-se que os valores de (h/L) sofreram pequenas variações com a mudança do f_{ck} . Na Figura 4, apresenta-se apenas a relação altura/comprimento do vão (h/L) para os valores de f_{ck} de 20 MPa e 40 MPa, em função do vão livre e do carregamento. Observa-se que ambas superfícies apresentam comportamento semelhantes, crescendo a relação (h/L), conforme se aumenta o carregamento e diminui o vão. Deve-se observar, que os valores da relação (h/L) variam no intervalo de 7,10% a 17% para o caso de f_{ck} de 20 MPa, diminuindo o máximo valor para 13,50% no caso de f_{ck} igual a 40 MPa. Considerando pequenos vão e carregamentos elevados a relação torna-se maior no caso de f_{ck} igual a 20 MPa, devido à necessidade de uma maior altura para esta configuração.

Nas Figura 5 e Tabela 2, apresentam-se a média aritmética da

Tabela 2
Relação (h/L) por vão livre e carregamento (%)

Vão (m)	Carregamento (kN/m)									Relação média (%)
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
2	12,50	12,50	12,50	12,60	12,50	12,50	12,70	14,20	13,40	12,82
2,5	10,00	10,00	10,00	10,08	11,60	10,08	10,56	11,60	12,80	10,75
3	8,40	8,60	9,60	9,20	9,87	10,80	11,73	12,53	12,93	10,41
3,5	7,26	8,23	8,06	9,14	10,29	10,69	11,54	12,00	13,77	10,11
4	7,40	7,45	8,35	9,55	10,00	10,60	11,10	11,55	12,35	9,82
4,5	7,60	7,78	8,89	9,42	9,78	10,71	11,02	12,00	11,73	9,88
5	7,80	7,96	8,76	9,36	10,12	10,20	10,92	10,88	10,92	9,66
5,5	6,84	7,67	8,58	8,95	9,64	9,82	10,04	10,25	10,98	9,20
6	7,07	7,83	8,70	9,20	9,47	9,57	9,97	10,23	11,53	9,29
6,5	7,17	8,06	8,37	8,89	9,14	9,45	10,31	11,17	11,94	9,39
7	6,94	7,97	8,03	8,31	8,54	10,00	10,49	11,31	11,54	9,24

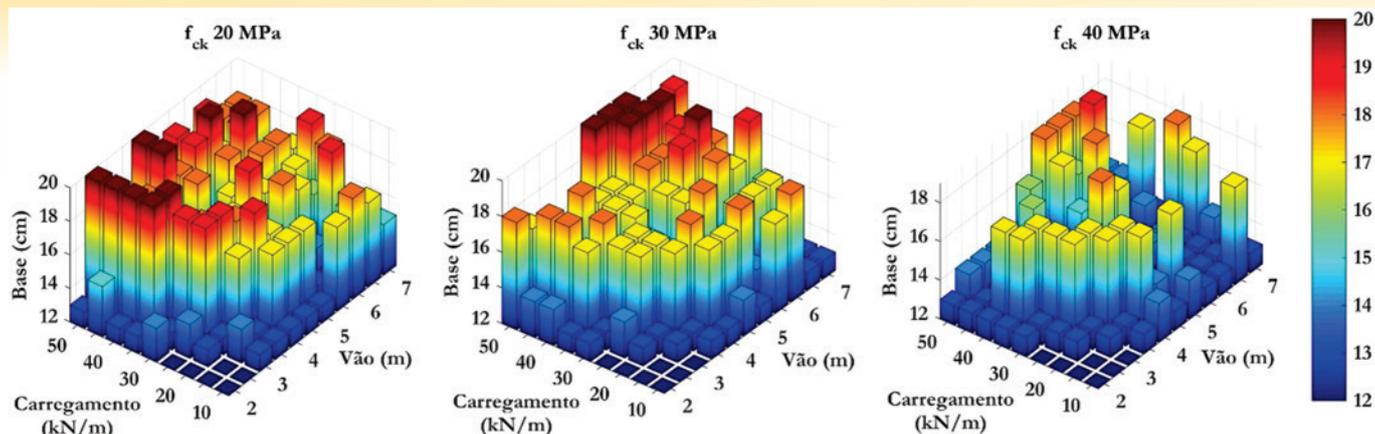


Figura 6

Valores de base ótima, considerando os concretos de f_{ck} 20 MPa, 30 MPa e 40 MPa

relação (h/L) para cada uma das combinações comprimento do vão e carregamento, considerando os 5 valores de resistência característica à compressão do concreto analisados. Pode-se observar que a relação (h/L) varia entre 6,84% e 14,20% para as diferentes configurações, sendo que das 99 médias aritméticas calculadas, 40 variam entre 9 e 11%, ou seja, esses valores são muito próximos da estimativa usual de 10%. Contabilizam-se 29 valores das relações (h/L) com valores superiores ao 11%, para estes casos a estimativa inicial adotada no pré-dimensionamento empregaria valores inferiores aos valores ótimos.

Na última coluna da Tabela 2, mostra-se a relação média de (h/L) calculada em função do comprimento do vão, observando-se que dos 11 vãos, 10 variam entre 9,20% a 10,75%. Portanto, a relação adotada no pré-dimensionamento convencional pode ser considerada aceitável por ser próxima da relação ótima.

Na Figura 6, mostram-se as dimensões da base da viga otimizada para três resistências características à compressão do concreto (20 MPa, 30 MPa e 40 MPa) em função do carregamento aplicado e do comprimento do vão. Observa-se que a base assume diferentes valores nas diversas situações de vão e carregamento, afim de atender as restrições e os critérios de dimensionamento e detalhamento considerados. Pode-se perceber que a maioria das bases reduzem sua dimensão, conforme aumenta a resistência característica à compressão do concreto, pois o aumento da resistência possibilita uma diminuição nas dimensões da seção transversal, sem comprometer os requisitos de segurança. Além disso, esta diminuição das dimensões da seção transversal, devido ao aumento da resistência característica do concreto, ocorre mais na base pois diminuições na altura da viga poderiam levar ao não atendimento do Estado Limite de Deformação Excessiva (restrição da Eq. (8)).

5.2 Aproveitamento dos materiais nas seções otimizadas

Espera-se que nas seções otimizadas se tenha um grande aproveitamento dos materiais (concreto e aço), já que o objetivo da otimização é a minimização dos custos financeiros. Para avaliar esse aproveitamento, torna-se necessário analisar a deformação do concreto e do aço, como também, os domínios de deformação. Os domínios de deformação representam as diversas possibilidades de ruína da seção, caracterizadas pelas deformações específicas de cálculo do concreto e do aço, que variam entre os domínios 1 ao 5. A flexão simples, a qual está sujeita a viga do pre-

sente estudo, se enquadra dentro dos domínios 2, 3 ou 4. No domínio 2, o concreto não atinge a ruptura e o alongamento do aço tracionado é o máximo permitido (10‰), ocorrendo a ruptura por deformação plástica excessiva do aço. No domínio 3, o concreto comprimido atinge a deformação última de 3,5‰ e o aço tracionado escoou, ocorrendo uma ruptura por esmagamento do concreto. No domínio 4, o concreto atinge a ruptura, porém o aço não escoou, sendo também caracterizada uma ruptura convencional por esmagamento do concreto. O domínio 3 representa uma situação ideal, pois ocorrem o esmagamento do concreto e o escoamento do aço, sendo os materiais (concreto e aço) aproveitados integralmente e a ruína ocorre com avisos prévios (devido as grandes deformações). Em contrapartida, o domínio 4 representa uma situação antieconômica, pois o aço não é utilizado com toda a sua capacidade resistente e a ruptura é frágil. Portanto, procura-se dimensionar a seção transversal de concreto armado no domínio 3 por ser uma situação de economia, sendo o domínio 2 aceitável e o domínio 4 deve ser evitado.

Ressalta-se que, devido às limitações impostas a posição da linha neutra, item 17.2.3 da ABNT NBR 6118:2014 [13], parte do domínio 3 e o domínio 4 não são atingidos [23], conforme apresentado na Figura 7.

Para as seções otimizadas, foram obtidos os domínios de deformação (domínio 2 ou 3) e a deformação dos materiais (aço e concreto). Tais informações são apresentadas nas Figura 8 e Tabela 3.

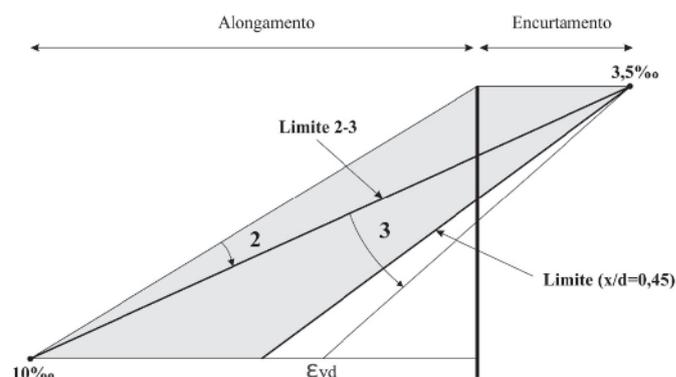


Figura 7

Domínios de deformação possíveis na flexão simples, para f_{ck} menor ou igual a 50 MPa

Tabela 3

Deformações do concreto e do aço nas seções otimizadas

Domínio 2		Domínio 3	
Deformação do concreto (‰)	% de seções ótimas	Deformação do aço (‰)	% de seções ótimas
≤ 1	3,64	≤ 2,5	0,00
1 - 2	18,18	2,5 - 5	52,27
2 - 3	38,18	5 - 7,5	33,86
3 - 3,5	40,00	7,5 - 10	13,87

Conforme apresentado na Figura 8, a maior parte dos casos analisados, encontram-se no domínio 3 (aproximadamente 89% dos casos), enquanto 11% se encontram no domínio 2.

Observa-se na Tabela 3, no domínio 3, cerca de 52,27% das seções possuem a deformação do aço entre 2,5‰ e 5‰, enquanto 33,86% possuem a deformação do aço entre 5‰ e 7,5‰, e 13,87% apresentam a deformação do aço entre 7,5‰ e 10‰.

No domínio 2, de acordo com a Tabela 3, 21,82% das seções possuem a deformação do concreto até 2‰, enquanto 38,18% das seções possuem a deformação entre 2‰ e 3‰, e 40% entre 3‰ e 3,5‰. Portanto, das seções que se encontram no domínio 2, a maior parte apresenta deformações no concreto próximas da deformação máxima de 3,5‰. Mesmo não estando no domínio 3, tais seções também apresentam um grande aproveitamento dos materiais devido as grandes deformações do concreto.

5.3 Custos das seções otimizadas

Para avaliar as vantagens econômicas das seções otimizadas, foram determinados os custos considerando as dimensões da altura e base obtidos no programa implementado (solução ótima), e com a altura estimada em 10% do vão e base igual a 20 cm (solução convencional). Com esses custos, foi determinada a economia das seções otimizadas em relação as seções pré-dimensionadas, conforme o procedimento convencional.

Na Tabela 4, apresentam-se as porcentagens de seções nas fai-

xas de economia obtidas, comparando a solução otimizada com a solução convencional. Observa-se que mais de 55% das seções otimizadas apresentam uma economia no intervalo de 10% a 40%. Aproximadamente 15% das seções apresentam uma economia inferior a 5%, uma vez que a altura estimada se aproxima consideravelmente da altura ótima. Entre os casos analisados, a maior economia obtida para uma seção transversal otimizada foi aproximadamente de 39%.

Nas Figuras 9 e 10 apresentam-se os custos dos materiais (concreto, aço e fôrmas) e o custo total das vigas otimizadas, respectivamente, para as resistências características à compressão do concreto de 20 MPa e 40 MPa, em função do carregamento aplicado e do comprimento do vão. Observa-se que os máximos custos são obtidos no caso de f_{ck} igual a 20 MPa, pois com uma resistência menor são necessárias seções com dimensões maiores para proporcionar uma rigidez adequada. Verifica-se também que os custos são maiores nas situações de vão e carregamento elevados, pois nessas situações são necessárias maiores dimensões da seção transversal e áreas de aço para suportar os esforços solicitantes.

Para analisar a influência das parcelas de custos relacionadas com o concreto, o aço e as fôrmas no custo total da viga, foram obtidos os custos médios desses materiais para todos os casos analisados.

Na Figura 11, mostram-se as porcentagens dos custos dos materiais no custo total das seções otimizadas. Observa-se que a parcela de custo com fôrmas representa 66% no custo total, enquanto a parcela de aço representa 25% e de concreto 9%. Deve-se ressaltar que o intervalo de variação percentual com relação ao custo total referente a fôrmas é de aproximadamente 50% a 79%, para o aço de 12% a 41%, e para o concreto de 7% a 13%.

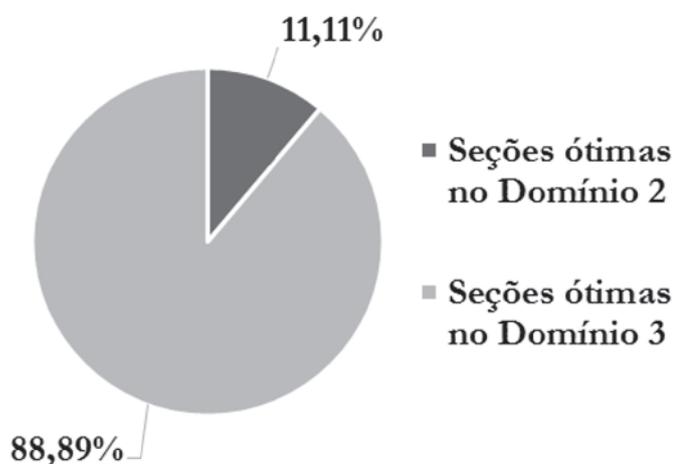
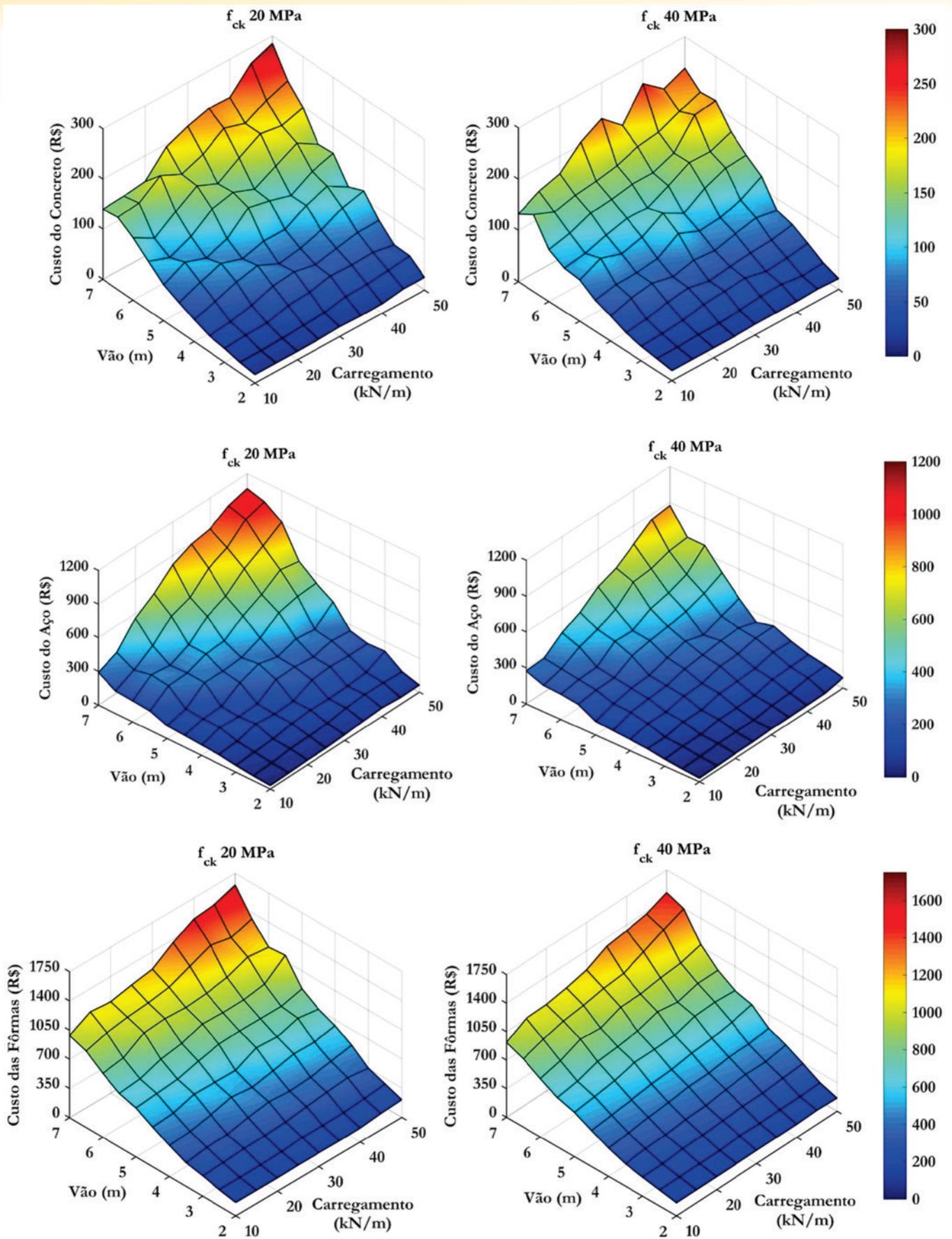


Figura 8
Porcentagem de seções otimizadas nos domínios 2 e 3

Tabela 4

Economia das seções otimizadas, em relação as seções pré-dimensionadas, conforme o procedimento convencional

Economia (%)	% de seções ótimas
≤ 5	14,96
5 - 10	27,57
10 - 15	17,60
15 - 20	15,54
20 - 25	10,26
25 - 30	9,09
30 - 35	3,81
35 - 40	1,17

**Figura 9**

Custos (R\$) dos materiais (concreto, aço e fôrmas) nas seções otimizadas, para concretos de 20 MPa e 40 MPa

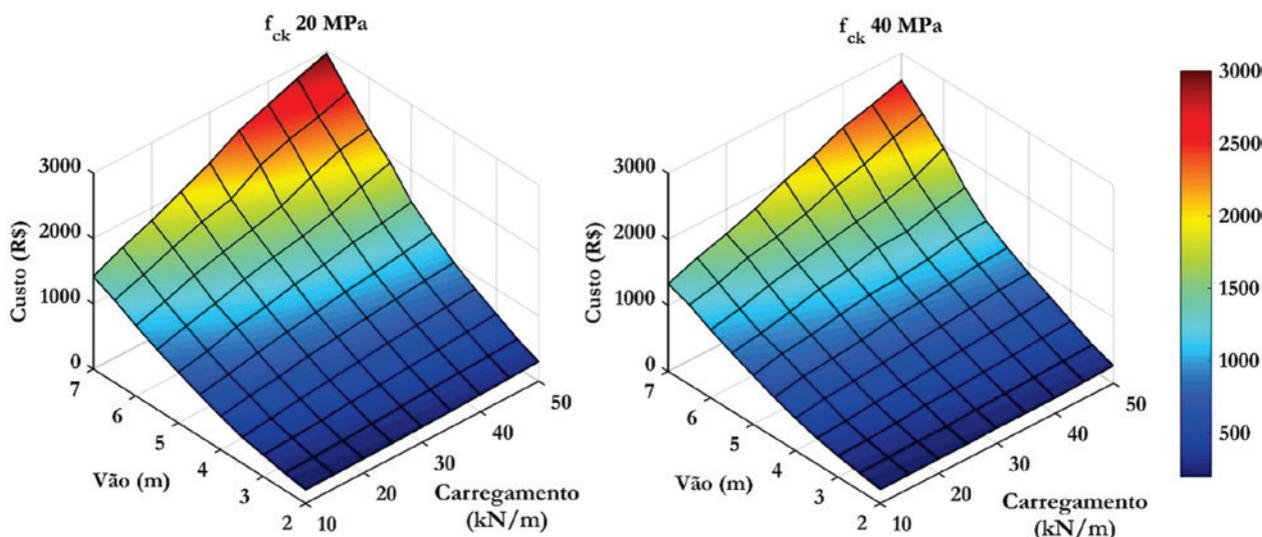


Figura 10
Custo total (R\$) nas seções otimizadas, para concretos de 20 MPa e 40 MPa

É importante destacar que as porcentagens dos custos, apresentadas acima, são referentes ao problema de otimização formulado com os custos unitários da Tabela 1. Vale ressaltar que valores de custos unitários diferentes produzirão outros resultados ótimos, respeitando as restrições impostas ao problema.

6. Conclusões

As vigas de concreto armado são elementos estruturais bastante comuns na construção civil. Sendo assim, reduções em seus custos podem trazer significativa economia para este setor. Neste trabalho, foram implementadas técnicas de otimização, utilizando a ferramenta *solver*, ao processo de dimensionamento de vigas de concreto armado, seguindo os preceitos da norma brasileira ABNT NBR 6118:2014. Foi minimizado o custo total (concreto, aço e fôrmas) de vigas de concreto armado, considerando-se como variáveis de projeto a altura e a base da seção transversal da viga.

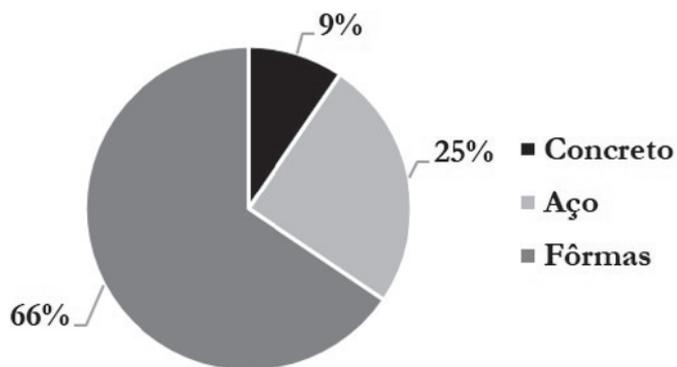


Figura 11
Porcentagem dos custos dos materiais no custo total das seções otimizadas

A seguir, são apresentadas as conclusões do estudo de otimização de vigas de concreto armado, considerando 11 comprimentos dos vãos, 9 carregamentos e 5 resistências características à compressão do concreto:

- A estimativa de altura da viga, de 10% do vão livre, pode ser considerada, de modo geral, uma boa estimativa, já que se aproxima da relação de altura ótima por vão;
- Por trazerem uma economia bastante significativa nos custos, as seções otimizadas se mostram vantajosas em relação as seções pré-dimensionadas, conforme o procedimento convencional, com a altura estimada em 10% do vão e base igual a 20 cm. Como visto nos resultados, essa economia pode ser da ordem de 35%;
- De fato, as seções otimizadas apresentam um grande aproveitamento dos materiais (concreto e aço), pois grande parte das mesmas estão no domínio 3, e mesmo as que estão no domínio 2 apresentam grandes deformações (próximas das deformações últimas);
- Na composição dos custos financeiros, observa-se que o custo com fôrmas representou a maior porcentagem no custo total das seções otimizadas, seguida do aço e do concreto, respectivamente. Tal resultado é referente ao problema de otimização formulado para vigas de concreto armado, com os custos unitários da Tabela 1, podendo variar para outros custos e elementos estruturais diferentes.

7. Agradecimentos

Os autores agradecem a *Frontline Systems* por disponibilizar uma versão educacional do *Analytic Solver Platform* para a realização deste estudo.

A CAPES pela ajuda financeira ao projeto de pesquisa.

8. Referências bibliográficas

[1] LOPES, A.F.O., BONO, G.F.F., BONO, G. Análise Numérica Comparativa entre Lajes Maciças e Nervuradas com diferentes

- tipos de Materiais de Enchimento. *Mecânica Computacional*, v.XXXII, 2013; p.3483-3495.
- [2] LOPES, A.F.O., BONO, G.F.F., BONO, G. Análise entre Lajes Nervuradas Moldadas no local e Lajes Pré-fabricadas Treliçadas. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 57º, Bonito, 2015, Anais.
- [3] GALEB, A. C. Optimum design of reinforced concrete rectangular beams using simulated annealing. *The Iraqi Journal For Mechanical And Material Engineering*, Edição especial, 2009.
- [4] GUERRA, A., KIOUSIS, P.D. Design optimization of reinforced concrete structures. *Computers and Concrete*, v.3, n.5, 2006; p.313-334.
- [5] ALGEDRA, M., ARAFA, M., ISMAIL M. Optimum Cost of Prestressed and Reinforced Concrete Beams using Genetic Algorithms. *Journal of Artificial Intelligence*, v.4, n.1, 2011; p.76-88.
- [6] SINGH, B., RAI, H.S. Optimisation of RCC Beam. *International Journal of Engineering, Business and Enterprise Applications*, ed.9, v.1, 2014; p.21-34.
- [7] MAIA, J.P.R. Otimização estrutural: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta Solver, São Carlos, 2009, Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, 83 p.
- [8] KRIPKA, M., PAGNUSSAT, R. Parâmetros para o dimensionamento otimizado de vigas de concreto armado. *Revista Técnica*, ed.160, julho/2010.
- [9] BHALCHANDRA, S.A., ADSUL, P.K. Cost Optimization Of Doubly Reinforced Rectangular Beam Section. *International Journal of Modern Engineering Research*, ed.5, v.2, 2012; p.3939-3942.
- [10] RAHMANIAN, I., LUCET Y., TESHAMARIAM S. Optimal design of reinforced concrete beams: A review. *Computers and Concrete*, v.13, n.4, 2014; p.457-482.
- [11] JUNIOR, F.H.M.M., OLIVEIRA, D. M. Otimização de vigas de concreto armado com seção retangular submetidas à flexão normal simples. *Construindo*, Belo Horizonte, v.6, n.1, 2014; p.51-57.
- [12] FRAGA, J.L.T., KRIPKA, M. Projeto Estrutural de Vigas de Concreto Armado visando a Minimização do Impacto Ambiental. *Revista de Engenharia e Tecnologia*, v.7, n.1, 2015; p.123-131.
- [13] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NORMA BRASILEIRA. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, NBR 6118. Rio de Janeiro: ABNT, 2014, 238 p.
- [14] SINAPI – SISTEMA NACIONAL DE PESQUISA DE CUSTOS E ÍNDICES DA CONSTRUÇÃO CIVIL. Caixa Econômica Federal, Dezembro, 2016.
- [15] <<https://www.solver.com/analytic-solver%C2%AE-platform>>.
- [16] <<https://www.solver.com/>>.
- [17] FRONTLINE SOLVERS. Excel Solver Help. Disponível em <<http://www.solver.com/excel-solver-help>>. Acesso em 17 de março. 2016.
- [18] LUENBERGER, D.G., YE, Y. *Linear and Nonlinear Programming*. New York: Springer, 3ed, 2008.
- [19] ARORA, J.S. *Introduction to Optimum Design*. Elsevier Academic Press, 3ed, 2012.
- [20] HAUPT, R.L., HAUPT, S.E. *Practical Genetic Algorithms*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2ed, 2004.
- [21] MELANIE, M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, 1996.
- [22] RAGSDALE, C. T. *Modelagem de planilha e Análise de Decisão: uma introdução prática a business analytics*. São Paulo: Cengage Learning, 2014.
- [23] CARVALHO, R. C.; FILHO, J. R. de F. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014*. São Carlos: EdUFSCar, 2014.