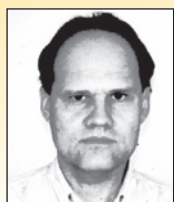


Floors number influence on the instability parameter of reinforced concrete frame-braced buildings

Influência do número de pavimentos no parâmetro de instabilidade de edifícios contraventados por pórticos de concreto armado



R. J. ELLWANGER ^a
ronaldellwanger@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-5761-5167>

Abstract

This work aims to investigate the floors number influence on the instability parameter limit α_1 of reinforced concrete frame-braced buildings; it succeeds another work in this field of knowledge, in which the same question was investigated for wall- and core-braced buildings. Initially, it is showed how the ABNT NBR 6118:2014 (Brazilian code for concrete structures design) defines when a second order analysis is needed. Topics concerning to physical nonlinearity consideration and to the lateral deflection components of frames are also presented. It follows an analytical study that led to the derivation of a method for determining the limit α_1 as a function of the floors number and the relation between bending and shear stiffness. Finally, some examples are presented and their results are used for checking the method accuracy.

Keywords: instability, bracing structures, second order analysis.

Resumo

Este trabalho investiga a influência do número de pavimentos no limite α_1 do parâmetro de instabilidade de edifícios contraventados por pórticos de concreto armado; trata-se da sequência de uma linha de estudos, na qual esta mesma questão foi investigada em edifícios contraventados por paredes e/ou núcleos. Inicialmente, mostra-se como a ABNT NBR 6118:2014 (norma de projeto de estruturas de concreto) define a necessidade ou não de se realizar uma análise de segunda ordem. Apresentam-se também tópicos relativos à consideração da não linearidade física e às componentes da deformação lateral dos pórticos. Segue-se um estudo analítico que resultou num método de determinação do limite α_1 em função do número de andares e da relação entre as rigidezes à flexão e ao corte. Na sequência, são apresentados exemplos cujos resultados servem para aferir o grau de precisão do método investigado.

Palavras-chave: instabilidade, estruturas de contraventamento, análise segunda ordem.

^a Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Departamento de Engenharia Civil, Porto Alegre, RS, Brasil.

1. Introdução

1.1 Efeitos de segunda ordem e o parâmetro de instabilidade

A estrutura de contraventamento de um edifício, ao ser submetida simultaneamente às ações gravitacionais e do vento, pode desenvolver efeitos adicionais em relação aos que são usualmente determinados em uma análise linear ou de primeira ordem. Tratam-se dos efeitos de segunda ordem, em cuja determinação (análise de segunda ordem) o comportamento não linear dos materiais e a configuração deformada na análise do equilíbrio (não linearidades física e geométrica) devem ser considerados.

Ellwanger [1] e Ellwanger [2] apresentam um resumo da evolução da teoria e prática da análise da estabilidade global de edifícios altos, tendo por base o modelo discreto de Beck e König, mostrado na figura 1. Neste modelo, com andares igualmente espaçados, todas as subestruturas de contraventamento são agrupadas num único pilar e os elementos contraventados (elementos portantes que não participam do contraventamento) são representados por um conjunto de barras bi-rotuladas. W representa as ações devidas ao vento, aplicadas em cada andar. P e V representam as cargas verticais totais, por andar, transmitidas respectivamente às subestruturas de contraventamento e aos elementos contraventados. As ações W , P e V são consideradas com seus valores característicos.

Os artigos recém citados também mostram que, para efeitos de determinação dos momentos fletores globais da estrutura do edifício, incluindo os efeitos de segunda ordem, tudo se passa como se as cargas verticais atuantes no sistema de contraventamento fossem dadas pela soma de suas próprias ações P com as ações V .

No desenvolvimento da já mencionada teoria da análise de estabilidade, surge uma constante α , em função da carga vertical total atuante no edifício, da altura e da rigidez horizontal do sistema de contraventamento. Essa constante é conceituada como parâmetro de instabilidade, estando expressa na equação (1). Outra importante contribuição da referida teoria foi o estabelecimento do critério segundo o qual a análise de segunda ordem é desnecessária quando, em relação às solicitações mais importantes da estrutura, os efeitos de segunda ordem não excedem os 10 % dos de primeira ordem. Ao aplicar esse critério ao momento fletor global na base do sistema, resultam determinados limites de valores aos quais o parâmetro de instabilidade fica sujeito.

O critério recém mencionado foi adotado pela ABNT NBR 6118:2014, atual norma para projeto de estruturas de concreto (ABNT [3]), ao estabelecer, em sua seção 15, que os efeitos globais de segunda ordem são desprezíveis sempre que inferiores a 10% dos respectivos efeitos de primeira ordem. Para verificar esta possibilidade, a norma apresenta dois processos aproximados, um dos quais é baseado no parâmetro de instabilidade; é estabelecido que uma estrutura reticulada simétrica pode ter seus efeitos de segunda ordem desconsiderados sempre que seu parâmetro de instabilidade α for menor que o valor α_1 , conforme as expressões:

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{N_k / (E_{cs} I_c)} \quad (1)$$

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1n \text{ para } n \leq 3 \quad \wedge \quad \alpha_1 = 0,6 \text{ para } n \geq 4 \quad (2)$$

n é o número de andares acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo. H_{tot} é a altura da estrutura, medida a partir deste mesmo nível. N_k é o somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (ao longo da altura H_{tot}), com seu valor característico. $E_{cs} I_c$ representa o somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção do contraventamento. Por sua vez, I_c é o momento de inércia considerando as seções brutas dos pilares e E_{cs} é o módulo de elasticidade secante, expresso por:

$$E_{cs} = r E_{ci} = (0,8 + 0,0025 f_{ck}) E_{ci} \leq E_{ci} \quad (3)$$

f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão. E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente, sendo dependente de f_{ck} e do tipo de agregado utilizado, de acordo com as fórmulas apresentadas no item 8.2.8 da ABNT [3]. r é um coeficiente que relaciona E_{cs} com E_{ci} , estando expresso na segunda igualdade da equação (3) e sendo representado por α_1 na referida norma. E_{cs} , E_{ci} e f_{ck} são dados em MPa.

A referida norma ainda estabelece diferentes valores de α_1 em função do tipo de estrutura de contraventamento: o valor limite 0,6, prescrito para $n \geq 4$, deve ser adotado para associações de pilares-parede e para pórticos associados a pilares-parede; deve ser aumentado para 0,7 no caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede e deve ser reduzido para 0,5 quando só houver pórticos.

Mesmo não fazendo parte do escopo deste trabalho, merece menção o método baseado no coeficiente de amplificação de momentos g_2 , o qual é empregado com o auxílio de computador. Apresentado em 1991 por Franco e Vasconcelos [4], ele também aplica o critério do acréscimo de 10% em relação aos efeitos de primeira ordem para definir a necessidade ou não de uma análise de segunda ordem. Além disso, encontra-se atualmente disponível uma grande variedade de sofisticados *softwares* de análise estrutural, permitindo uma simulação precisa das estruturas de edifícios.

Apesar da existência de recursos mais avançados de análise,

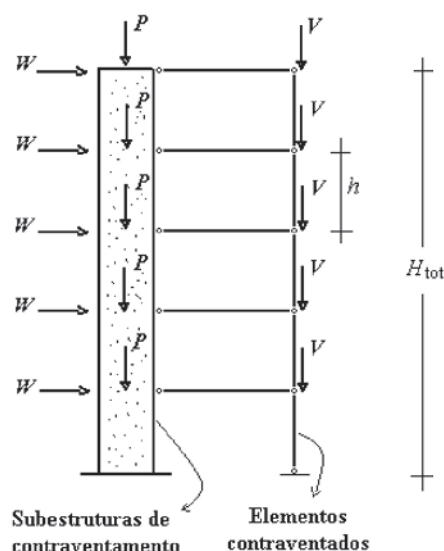


Figura 1
Modelo discreto de Beck e König

o parâmetro de instabilidade conserva sua importância. Em sua aplicação, conforme pode ser visto em Ellwanger [1], a estrutura do edifício é modelada como uma simples barra. A extrema simplicidade deste modelo facilita a compreensão do comportamento global do sistema, especialmente da influência do peso total e da rigidez lateral na estabilidade do mesmo. Desta forma, o parâmetro de instabilidade tem se mostrado bem apropriado na fase de concepção inicial ou pré-definição da estrutura, principalmente pela rapidez de sua aplicação. Além disso, pode-se isolar I_c na equação (1), dando origem a uma forma bastante simples de se determinar, na fase de pré-dimensionamento, a rigidez horizontal mínima necessária para que possa ser dispensada a análise de segunda ordem.

No meio científico, o parâmetro de instabilidade tem sido abordado em diversos artigos que tratam da estabilidade global de estruturas de edifícios. A esse respeito, cabe mencionar os trabalhos de Alves e Feitosa [5], sobre estruturas com lajes protendidas, de Cicolin e Figueiredo Filho [6], sobre estruturas formadas por faixas de lajes e vigas invertidas nas bordas, e de Freitas et al [7], sobre a influência da tensão de compressão nos pilares.

1.2 Justificativa e objetivos do trabalho

O trabalho de Ellwanger [1] teve por objetivo pesquisar uma forma de definição do limite α_1 do parâmetro de instabilidade para sistemas de contraventamento formados por associações de pórticos com paredes e/ou núcleos, variável com a relação entre as rigidezes horizontais dos mesmos. Constatou-se que a fórmula deduzida para esta finalidade se mostrou adequada apenas para edifícios com grande número de andares, resultando em erros significativos para menos de 30 pavimentos. Uma das conclusões do trabalho é que a referida formulação deveria necessariamente levar em consideração o número de andares do edifício.

Em um trabalho subsequente, Ellwanger [2] pesquisou uma forma de previsão do limite α_1 para edifícios contraventados exclusivamente por paredes e/ou núcleos, variável com o número de andares. A pesquisa resultou na dedução de uma fórmula, a qual proporcionou uma precisão muito boa para os exemplos testados. Dando sequência a esta linha de estudos, o presente trabalho tem como foco os sistemas de contraventamento formados exclusivamente por pórticos.

No que diz respeito ao parâmetro de instabilidade em função do número de andares, a ABNT [3] dá um tratamento diferenciado apenas para edifícios com menos de quatro andares. Para um número maior, a norma estabelece valores fixos (0,5, 0,6 ou 0,7, dependendo do tipo de sistema de contraventamento), o que é questionável. Por exemplo, Ellwanger [1], ao analisar um edifício contraventado exclusivamente por pórticos, encontrou diferenças na ordem de 15 % entre os coeficientes limites α_1 , fazendo variar o número de andares de 5 a 30. Considerando que a determinação do parâmetro de instabilidade envolve a extração de uma raiz quadrada, a diferença nas correspondentes razões carga vertical/rigidez horizontal atinge 32 %. Assim, ao se verificar a dispensa da necessidade de uma análise de segunda ordem, o erro na determinação da rigidez necessária pode tornar-se relevante.

O presente trabalho tem por objetivo pesquisar uma forma de definição do limite α_1 do parâmetro de instabilidade de edifícios

contraventados por pórticos, variável com o número de andares. Inicialmente, apresentam-se tópicos relativos à consideração da não linearidade física e às componentes da deformação lateral dos pórticos, os quais servem de subsídio ao desenvolvimento de um método de obtenção do limite α_1 para edifícios com um número qualquer de andares. O método, envolvendo computação, é aplicado para uma série de quantidades de andares, gerando-se séries de valores de α_1 , os quais são organizados em tabelas. Na sequência, a precisão destas séries de valores é avaliada através da análise de dois exemplos de edifícios contraventados por pórticos, realizando-se 10 testes, com o número de andares variando entre 5 e 50.

2 Consideração da não linearidade física

Em uma análise de segunda ordem, devem ser considerados simultaneamente os efeitos das não-linearidades física e geométrica. A ABNT NBR 6118:2014, em seu item 15.7.3, permite que a não-linearidade física seja considerada de forma aproximada, mediante uma redução das rigidezes dos elementos estruturais em função de E_{ci}/I_c , ou de E_{cs}/I_c se for aplicada a equação (3). Apesar de a norma limitar este procedimento a estruturas com quatro ou mais andares, o mesmo será adotado neste trabalho também em edifícios com três ou menos andares. Portanto, deve-se ter este fato em mente ao analisar resultados de exemplos com número reduzido de andares.

Considerando a variável r definida na equação (3) e representando as áreas das armaduras longitudinais de tração e de compressão, respectivamente, por A_s e A'_s , resultam as seguintes expressões para as rigidezes reduzidas:

- vigas:

$$(EI)_{sec} = 0.4E_{ci}I_c = 0.4E_{cs}I_c/r \quad (A_s \neq A'_s) \quad (4)$$

$$(EI)_{sec} = 0.5E_{ci}I_c = 0.5E_{cs}I_c/r \quad (A_s = A'_s) \quad (5)$$

- pilares:

$$(EI)_{sec} = 0.8E_{ci}I_c = 0.8E_{cs}I_c/r \quad (6)$$

No desenvolvimento do presente estudo, surge a necessidade de se determinar a relação $(EI)_{sec}/E_{cs}I_c$ do conjunto de barras do pórtico. Na verdade, trata-se de um valor meramente representativo, pois esta relação não pode ser considerada fixa; ela pode variar em função de vários fatores, como número e altura dos andares, número e extensão dos vãos, relação entre as dimensões transversais de vigas e pilares etc. Pinto e Ramalho [8] mostram que a influência da não linearidade física na rigidez lateral dos pórticos depende principalmente das taxas de armadura e da magnitude do carregamento aplicado, tendo obtido relações $(EI)_{sec}/E_{cs}I_c$ para o estado limite último variando entre 0,51 e 0,75.

Taranath [9] afirma que a deformação global por corte de um pórtico pode representar até 80 % de sua deformação lateral total, sendo 60 % devidos à flexão das vigas e 20 % devidos à dos pilares; a deformação por flexão global do pórtico, devida às deformações axiais dos pilares, pode chegar a 20 %. Por outro lado, Smith and Coull [10] limitam esta última componente a 10 % da deformação global por corte, com exceção de pórticos muito altos e esbeltos.

Com base nessas considerações, no estudo que segue, será estimada em 65 % a contribuição da flexibilidade das vigas para a deformação lateral do pórtico e em 35 % a dos pilares.

No projeto de um pórtico esbelto, a predominância dos efeitos do vento leva a uma tendência de igualdade entre as armaduras A_s e A_s' das vigas. Assim, podem-se utilizar as equações (5) e (6) para relacionar as parcelas dos deslocamentos horizontais, relativas à flexibilidade de vigas e de pilares, resultantes da análise não linear física, com as correspondentes parcelas resultantes da análise linear. Simultaneamente, aplicando as recém mencionadas proporções de 65% e 35% de contribuição destas parcelas para os deslocamentos horizontais totais e seguindo a mesma linha dedutiva apresentada na seção 4 de Ellwanger [1], pode-se mostrar que:

$$(EI)_{sec} = 0.5755 E_{CS} I_C / r \quad (7)$$

3. Componentes da deformação lateral de um pórtico

Em subestruturas do tipo pórtico plano, predominam as deformações por flexão das barras individuais de viga e pilar. Quando um pórtico é submetido a ações horizontais, o momento fletor global é predominantemente absorvido na forma de forças normais nos pilares, para as quais a estrutura proporciona uma considerável rigidez. Assim, é a força cortante global que causa a maior parte das deformações horizontais do pórtico.

Além disso, existe um fator causador de deformações, cuja importância aumenta com a altura e a esbelteza do pórtico. Associado ao recém mencionado momento fletor global, ele consiste no encurtamento de alguns pilares e alongamento de outros, causando flexão no pórtico como um todo. Assim, segundo Taranath [9], os pórticos podem ser modelados por barras verticais, engastadas na base e livres no topo, nas quais ocorrem simultaneamente deformações por flexão e por corte.

A figura 2-a mostra um pórtico plano submetido a uma ação horizontal uniformemente distribuída de taxa w , bem como uma barra vertical de seção transversal constante, equivalente ao pórtico. Os deslocamentos $y(x)$ dos pontos do eixo da barra e as respectivas derivadas $\phi(x)$ podem ser expressos pela soma das componentes devidas aos efeitos de flexão e de corte, identificados respectivamente pelos subíndices F e C :

$$y(x) = y_F(x) + y_C(x) \quad (8)$$

$$\phi(x) = \phi_F(x) + \phi_C(x) \quad (9)$$

Convém observar que $\phi_F(x)$ corresponde efetivamente às rotações das seções da barra causadas pela flexão, enquanto $\phi_C(x)$ representa simplesmente a declividade da deformada causada pelo efeito de corte. O comportamento da barra sob o efeito da flexão é expresso por:

$$EI \frac{d^2 y_F}{dx^2} = -M(x) = w(\ell - x)^2 / 2 \quad (10)$$

ℓ é o comprimento da barra, E é o módulo de elasticidade longitudinal do material e $M(x)$ é o momento fletor global, considerado

negativo quando causar tração na face esquerda da barra; J é o momento de inércia de sua seção transversal, o qual pode ser obtido em função das áreas das seções dos pilares do pórtico e das distâncias entre seus eixos e o centróide dessas áreas.

Para expressar o comportamento da estrutura sob o efeito de corte, utiliza-se um coeficiente de proporcionalidade S entre a força cortante global $Q(x)$ e a declividade da deformada, dada pela componente $\phi_C(x)$. Assim, o coeficiente S representa a rigidez do sistema (pórtico plano) à força cortante global. Constata-se que, na verdade, ele pode sofrer variações ao longo da altura do pórtico, as quais são mais pronunciadas junto à base. Smith and Coull [10] apresenta uma expressão aproximada para a obtenção de S em um pavimento qualquer i ($i > 1$):

$$S_i = \frac{12E}{h_i(1/G_i + 1/C_i)} \quad (11)$$

h_i é a altura do pavimento i . G_i representa o somatório das razões I/L , sendo I o momento de inércia e L o comprimento de cada barra de viga do pavimento i ; C_i tem o mesmo significado de G_i em relação às barras de pilar. Para o primeiro pavimento, no caso de todos os pilares serem engastados na base, a expressão de S assume a forma:

$$S_1 = \frac{12E(1 + C_1/6G_1)}{h_1(2/3G_1 + 1/C_1)} \quad (12)$$

Os exemplos deste trabalho, apresentados na seção 5, caracterizam-se pela repetição da geometria de vigas e pilares em todos os pavimentos. Assim, aplicando as equações (11) e (12), resulta, para cada exemplo, um valor único de S_i ($i > 1$), além de um valor de S_1 . Por sua vez, a relação S_i/S_1 , calculada para cada exemplo, varia significativamente, apresentando uma mediana de 2,17. No presente estudo, para fins de simplicidade da formulação, será feita uma experiência com a adoção de um valor fixo para a relação S_i/S_1 . Será adotado o valor 2, por ser o inteiro mais próximo da mediana recém mencionada. Por se tratar de aproximação baseada numa simples amostra, fica passível de aferição a repercussão da mesma nos resultados de exemplos, não só deste trabalho, como também de quaisquer outros em que o método aqui proposto continue sendo pesquisado.

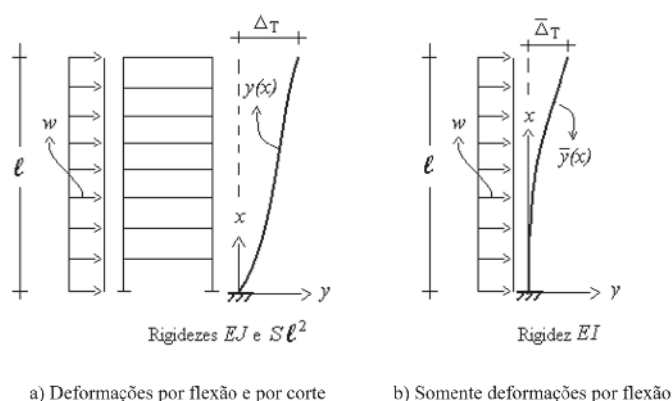


Figura 2
Barras equivalentes a um pórtico plano

Desta forma, aplicando a condição de proporcionalidade entre $Q(x)$ e $\phi_c(x)$, o comportamento da barra equivalente ao pórtico, devido ao efeito de corte, pode ser expresso por:

$$\phi_c(x) = Q(x)/mS = w(\ell - x)/mS \quad (13)$$

Diante do que foi exposto no penúltimo parágrafo, m será considerado igual a dois para o primeiro pavimento e igual à unidade para os demais. Realizando a integração das equações (10) e (13), aplicando as condições de contorno e de continuidade pertinentes, obtêm-se as funções $y_F(x)$ e $y_C(x)$. Substituindo-as em (8), determina-se $y(x)$; aplicando esta função para $x = \ell$, resulta:

$$\Delta_T = y(\ell) = \frac{w\ell^4}{8EJ} + \frac{w\ell^4 N}{4S\ell^2} \quad (14)$$

onde

$$N = 1 + (1 - 1/n)^2 \quad (15)$$

Seja agora a barra mostrada na figura 2-b, também equivalente ao pórtico da figura 2-a, submetida ao mesmo carregamento, porém sem a consideração da deformação por corte. Sendo I o momento da inércia da seção transversal, o deslocamento horizontal no topo será dado por:

$$\bar{\Delta}_T = \bar{y}(\ell) = w\ell^4/8EI \quad (16)$$

O item 15.5.2 da ABNT [3], ao tratar do parâmetro de instabilidade, estabelece uma metodologia de determinação do fator E_{cs}/I_c de um pilar de seção constante, equivalente a um dado pórtico plano. Segundo esta metodologia, a referida rigidez deve ser obtida calculando-se, inicialmente, o deslocamento horizontal no topo da estrutura de contraventamento (pórtico) sob a ação do carregamento horizontal, que vem a ser o D_T dado pela equação (14).

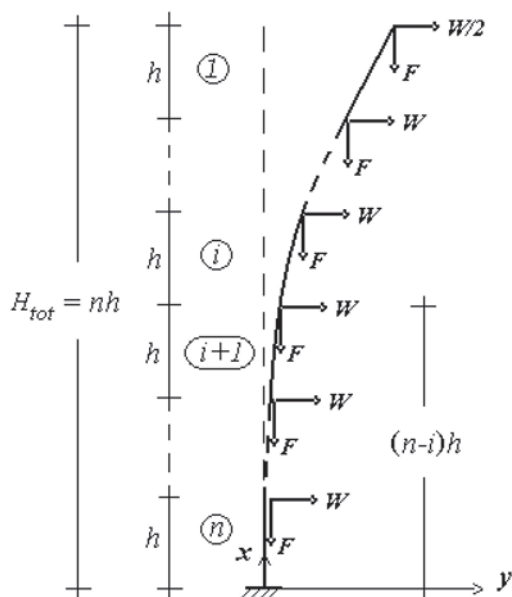


Figura 3
Barra equivalente a um sistema de contraventamento com n pavimentos

Em seguida, obtém-se a rigidez de um pilar equivalente de seção constante tal que, sob a ação do mesmo carregamento, sofra o mesmo deslocamento horizontal no topo o que, neste caso, vem a ser o $\bar{\Delta}_T$ da equação (16). Isto implica na igualdade entre as duas expressões, o que leva a:

$$S\ell^2 = \frac{2N EIJ}{J - I} \quad (17)$$

4. Os efeitos de segunda ordem no modelo discreto

De acordo com o modelo de Beck e König, descrito na subseção 1.1, um sistema de contraventamento pode ser modelado por uma simples barra de pilar. A figura 3 mostra uma barra engastada-livre, de comprimento H_{tot} , simulando o sistema de contraventamento de um edifício com n andares de mesma altura h , submetido à ação de cargas gravitacionais F (dadas pela soma das ações P e V da figura 1) e de vento ($W/2$ no topo e W nos demais andares); as ações são consideradas com seus valores característicos. Considera-se que a barra tem momento de inércia J constante ao longo de seu comprimento; a rigidez à força cortante é $2S$ no trecho n e S nos demais trechos.

4.1 Interação entre trechos consecutivos

Levando em conta a deformação da barra (não-linearidade geométrica), o comportamento de um trecho qualquer i sob o efeito de corte é expresso por:

$$mS\phi_{Ci}(x) = Q_i(x) = W(i - 1/2) + iF\phi_i(x) \quad (18)$$

Aplicando a equação (9) para o trecho i , substituindo-a em (18) e isolando $\phi_{Fi}(x)$, resulta:

$$\phi_{Fi}(x) = (1 - iF/mS)\phi_i(x) - (W/mS)(i - 1/2) \quad (19)$$

Derivando a equação (19) em relação a x , obtém-se:

$$d\phi_{Fi}/dx = d^2 y_{Fi}/dx^2 = (1 - iF/mS)d^2 y_i/dx^2 \quad (20)$$

O comportamento do mesmo trecho i sob o efeito da flexão é expresso por:

$$EJ d^2 y_{Fi}/dx^2 = -M_i(x) \quad (21)$$

Introduzindo (20) em (21) e expressando $M_i(x)$ em função das ações, resulta:

$$EJ(1 - iF/mS)d^2 y_i/dx^2 = W \left\{ (nh - x)/2 + \sum_{j=1}^{i-1} [(n - j)h - x] \right\} - F \left\{ i y_i(x) - \sum_{j=0}^{i-1} y_{i+1}[(n - j)h] \right\} \quad (22)$$

A solução de (22) e sua derivada são dadas por:

$$y_i(x) = \frac{1}{i} \sum_{j=0}^{i-1} y_{i+1}[(n - j)h] + C_{2i-1} \text{sen}(\sqrt{ia_i}x) + C_{2i} \cos(\sqrt{ia_i}x) + \frac{W}{iF} \left\{ \frac{nh - x}{2} + \sum_{j=1}^{i-1} [(n - j)h - x] \right\} \quad (23)$$

$$\frac{dy_i}{dx} = \phi_i(x) = \sqrt{ia_i} [C_{2i-1} \cos(\sqrt{ia_i}x) - C_{2i} \text{sen}(\sqrt{ia_i}x)] - \frac{W}{iF} \left(i - \frac{1}{2} \right) \quad (24)$$

C_{2i-1} e C_{2i} são constantes de integração e o coeficiente a_i é dado por:

$$a_1^2 = F/E(1 - iF/mS) \quad (25)$$

Aplicando a equação (23) para o topo do sistema ($x = nh$ e $i = 1$), obtém-se:

$$C_2 = -C_1 \tan(na_1h) \quad (26)$$

Tendo sido obtida uma relação entre C_1 e C_2 , será demonstrado a seguir como as constantes de integração relativas a um trecho qualquer da barra podem ser expressas em função das constantes relativas ao trecho imediatamente anterior. Na equação (23), ao substituir i por $i + 1$, obtém-se a função $y_{i+1}(x)$. Expressando sucessivamente $y_i(x)$ e $y_{i+1}(x)$ para $x = (n - i)h$ (transição entre os trechos i e $i + 1$) e seguindo a mesma linha dedutiva apresentada por Ellwanger [2], pode-se demonstrar que:

$$C_{2i+1} \sin[\sqrt{i+1}(n-i)a_{i+1}h] + C_{2i+2} \cos[\sqrt{i+1}(n-i)a_{i+1}h] = B_1 \quad (27)$$

onde

$$B_1 = \frac{i}{i+1} \{ C_{2i-1} \sin[\sqrt{i}(n-i)a_ih] + C_{2i} \cos[\sqrt{i}(n-i)a_ih] \} \quad (28)$$

Na transição entre dois trechos quaisquer, a variação brusca da força cortante acarreta um salto na componente $\phi_C(x)$ da inclinação da deformada; por sua vez, a componente $\phi_F(x)$ no final de um trecho é igual à componente no início do trecho seguinte. Substituindo (24) em (19), obtém-se:

$$\phi_{Fi}(x) = \left(1 - \frac{iF}{mS}\right) \sqrt{ia_i} [C_{2i-1} \cos(\sqrt{ia_i}x) - C_{2i} \sin(\sqrt{ia_i}x)] - \frac{W}{iF} \left(i - \frac{1}{2}\right) \quad (29)$$

Na equação (29), ao substituir i por $i + 1$, obtém-se $\phi_{F,i+1}(x)$. A condição de continuidade das rotações ϕ_F implica na igualdade entre estas funções para $x = (n-i)h$, resultando:

$$C_{2i+1} \cos[\sqrt{i+1}(n-i)a_{i+1}h] - C_{2i+2} \sin[\sqrt{i+1}(n-i)a_{i+1}h] = B_2 \quad (30)$$

onde

$$B_2 = \frac{\sqrt{i}}{\sqrt{i+1}} \frac{\sqrt{1-iF/mS}}{\sqrt{1-(i+1)F/mS}} \left\{ C_{2i-1} \cos[\sqrt{i}(n-i)a_ih] - C_{2i} \sin[\sqrt{i}(n-i)a_ih] \right\} + \frac{Wh}{2i(i+1)^{3/2}a_{i+1}hF[1-(i+1)F/mS]} \quad (31)$$

A partir das equações (27), (28), (30) e (31), podem-se expressar C_{2i+1} e C_{2i+2} em função de C_{2i-1} e C_{2i} :

$$C_{2i+1} = B_2 \cos[\sqrt{i+1}(n-i)a_{i+1}h] + B_1 \sin[\sqrt{i+1}(n-i)a_{i+1}h] \quad (32)$$

$$C_{2i+2} = B_1 \cos[\sqrt{i+1}(n-i)a_{i+1}h] - B_2 \sin[\sqrt{i+1}(n-i)a_{i+1}h] \quad (33)$$

4.2 Obtenção e comparação entre momentos fletores na base

Uma vez obtida a relação entre as constantes de integração referentes a dois trechos consecutivos da barra, será deduzida a seguir uma expressão para o momento fletor na base da mesma. A condição de rotação ϕ_F nula na base é imposta, aplicando a equação (29) para $x = 0$, $i = n$ (último trecho) e $m = 2$. Em seguida, pode-se isolar C_{2n-1} :

$$C_{2n-1} = \frac{(n-1/2)W}{n\sqrt{na_n}F(1-nF/2S)} \quad (34)$$

Ellwanger [2] mostra que, combinando as equações (20) e (21) com a derivada da (24), obtém-se a seguinte expressão para o momento fletor na base:

$$M(0) = M_n(0) = nFC_{2n} \quad (35)$$

A dedução da expressão de $M(0)$ para um número qualquer n de pavimentos inicia com a aplicação da equação (26), ficando C_2 expresso em função de C_1 . Assim, ao aplicar as equações (32) e (33) para a transição entre o primeiro e o segundo trecho ($i = 1$), resultarão expressões para C_3 e C_4 contendo C_1 como única constante de integração. O mesmo acontecerá com as demais constantes ao aplicar essas equações para os demais trechos. Além disso, em virtude da última parcela da expressão de B_2 , dada por (31), as sucessivas aplicações de (32) e (33) geram para as expressões das demais constantes de integração um termo independente de C_1 , o qual aparece multiplicado por Wh/F . Assim, ao final deste processo, terão sido geradas expressões para C_{2n-1} e C_{2n} (trecho n), as quais podem ser postas na forma:

$$C_{2n-1} = A_1C_1 + D_1Wh/F \quad (36)$$

$$C_{2n} = A_2C_1 + D_2Wh/F \quad (37)$$

Os termos A_1 , A_2 , D_1 e D_2 resultam das sucessivas aplicações das equações (32) e (33). Combinando as equações (34), (35), (36) e (37), obtém-se a seguinte expressão para o momento fletor na base, incluindo os efeitos de segunda ordem:

$$M'' = M(0) = \frac{WhA_2(n-1/2)}{\sqrt{na_n}hA_1(1-nF/2S)} + Whn(D_2 - \frac{A_2D_1}{A_1}) \quad (38)$$

Levando em consideração a equação (25), o termo a_nh que aparece em (38) pode ser posto na forma:

$$a_nh = \sqrt{(F/S)/(\bar{K}(1-nF/2S))} \quad (39)$$

onde

$$\bar{K} = EJ/Sh^2 \quad (40)$$

Por sua vez, os termos a_ih e $a_{i+1}h$ que constam em vários trechos deste trabalho terão uma expressão semelhante à (39), apenas alterando o quociente $nF/2S$ para iF/S ou $(i+1)F/S$, respectivamente. Por outro lado, o momento fletor na base, incluindo apenas os efeitos de primeira ordem, é dado por:

$$M' = -Wh \left(n/2 + \sum_{i=1}^{n-1} i \right) \quad (41)$$

Para a verificação da dispensa de consideração dos efeitos de segunda ordem, o critério do acréscimo dos 10 %, mencionado na subseção 1.1, será aplicado para o momento fletor na base, com os módulos de M' e M'' dados respectivamente por (41) e (38) (com os sinais invertidos, uma vez que a aplicação destas equações resulta em valores negativos para ambos os momentos). Além disso, sendo este critério aplicado para o estado limite último, de acordo com o item 11.7.1 da ABNT NBR 6118:2014, as cargas W e F das equações (38), (39) e (41) devem ser majoradas por 1,4. Portanto:

$$\frac{-1.4WhA_2(n-1/2)}{\sqrt{na_n}hA_1(1-1.4nF/2S)} - 1.4Whn \left(D_2 - \frac{A_2D_1}{A_1} \right) \leq 1.1 \times 1.4Wh \left(n/2 + \sum_{i=1}^{n-1} i \right) \quad (42)$$

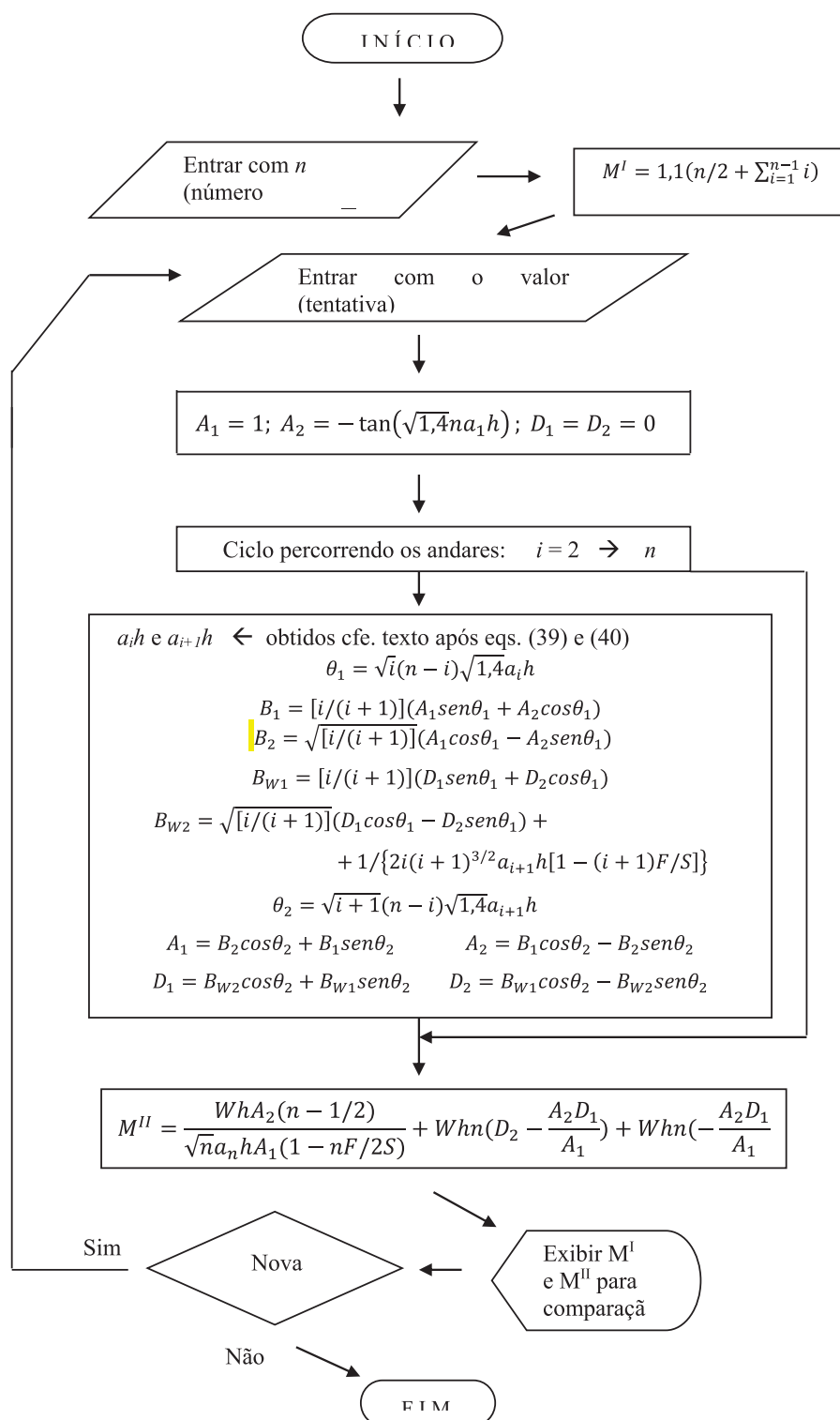


Figura 4
Sequência de operações para a solução da inequação (43)

Tabela 1Valores de α_1 independentes de $\bar{K}$

Número de andares	α_1
1	0,42
2	0,47
3	0,49
≥ 200	0,65

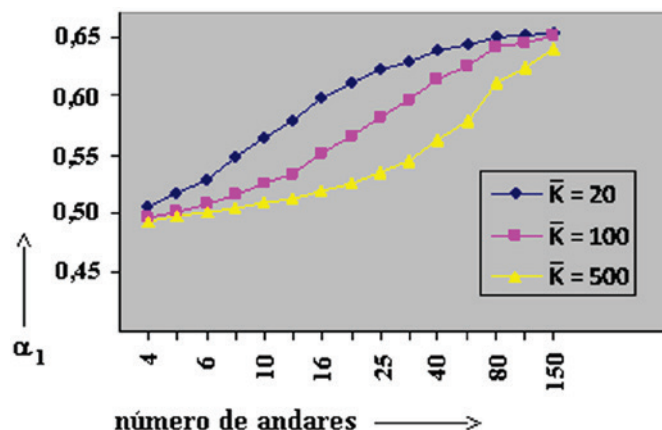
É tacitamente assumido que o termo $a_n h$, que consta na equação (38), terá sido obtido aplicando-se a equação (39) com $1,4F$ no lugar de F . A mesma alteração deve ser feita na obtenção dos termos $a_n h$ e $a_{n+1} h$ que constam nas equações (28), (31), (32) e (33), para fins de obtenção de A_1 , A_2 , D_1 e D_2 . Efetuando-se os devidos algebrismos, a inequação (42) transforma-se em:

$$\frac{-A_2(n-1/2)}{\sqrt{n}a_n h A_1(1-1,4nF/2S)} - n(D_2 - \frac{A_2 D_1}{A_1}) \leq 1,1 \left(n/2 + \sum_{i=1}^{n-1} i \right) \quad (43)$$

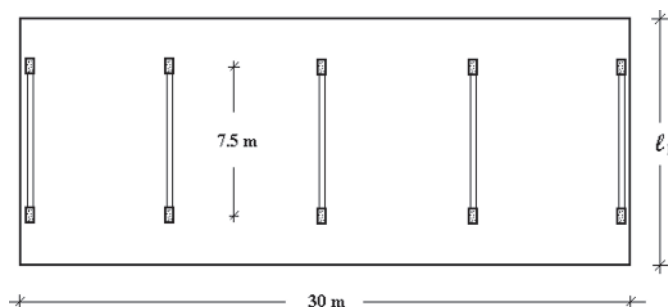
4.3 Obtenção de α_1

Para um pequeno número de andares, podem-se deduzir expressões de A_1 , A_2 , D_1 e D_2 , como funções de F/S , e substituí-las no membro esquerdo de (43). Em seguida, a inequação (43) pode ser resolvida por tentativas, obtendo-se F/S . Todavia, para uma quantidade maior de andares, é necessário aplicar as equações (32) e (33) por múltiplas vezes, o que resulta em expressões muito extensas para A_1 e A_2 , tornando o procedimento inviável.

Diante dessa situação, foi desenvolvido um método alternativo de obtenção de F/S para edifícios com um número qualquer de andares, pelo qual a solução também é obtida por meio de tentativas. Porém, no lugar de se deduzirem expressões cada vez mais extensas para A_1 , A_2 , D_1 e D_2 , atribuem-se sucessivamente valores iniciais (tentativas) ao quociente F/S e determinam-se valores numéricos para aquelas variáveis. Em cada tentativa, aplica-se o formulário visto até aqui, de forma a obter valores numéricos para os membros à direita

**Figura 5**Gráficos α_1 x número de andares

e à esquerda da inequação (43). Quando estes valores forem suficientemente próximos, de maneira a poderem ser considerados

**Figura 6**

Sistema de contraventamento transversal: exemplos 1, 3, 5, 7 e 9

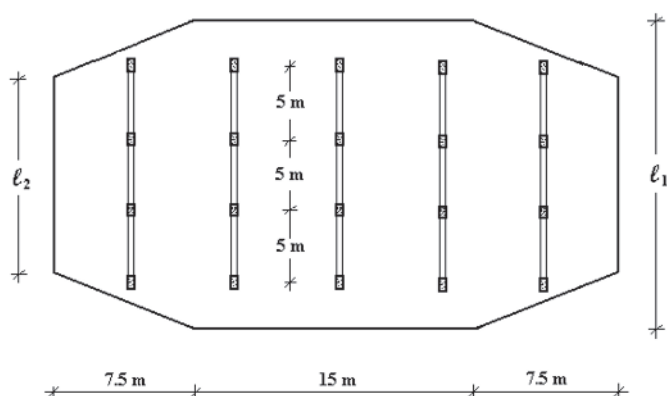
Tabela 2Valores de α_1 , variando-se $\bar{K}$ e o número de andares

Número de andares	Valores de $\bar{K}$									
	500	300	250	200	150	100	80	60	40	20
4	0,493	0,494	0,494	0,494	0,495	0,496	0,497	0,498	0,500	0,506
5	0,498	0,499	0,499	0,499	0,500	0,502	0,503	0,505	0,509	0,518
6	0,501	0,502	0,503	0,503	0,505	0,507	0,509	0,512	0,516	0,528
8	0,505	0,507	0,508	0,510	0,512	0,516	0,519	0,523	0,531	0,548
10	0,509	0,512	0,513	0,516	0,519	0,525	0,529	0,535	0,545	0,564
12	0,512	0,516	0,518	0,521	0,526	0,534	0,539	0,546	0,557	0,578
16	0,519	0,526	0,529	0,533	0,540	0,551	0,557	0,566	0,579	0,598
20	0,526	0,535	0,540	0,545	0,553	0,566	0,573	0,582	0,595	0,611
25	0,535	0,548	0,553	0,560	0,569	0,582	0,590	0,598	0,609	0,622
30	0,544	0,559	0,565	0,573	0,582	0,596	0,602	0,610	0,619	0,629
40	0,563	0,580	0,586	0,594	0,603	0,614	0,619	0,624	0,631	0,638
50	0,579	0,596	0,602	0,609	0,616	0,625	0,629	0,633	0,637	0,642
100	0,623	0,633	0,636	0,639	0,642	0,645	0,646	0,647	0,649	0,650
150	0,639	0,644	0,645	0,647	0,648	0,650	0,650	0,651	0,652	0,652

Tabela 3

Informações gerais dos exemplos 1 a 10

Exemplo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de andares	5	5	10	10	20	20	30	30	50	50
Altura (m)	15	15	30	30	60	60	90	90	150	150
Nº de pórticos	3	3	5	3	5	5	9	7	13	11
Espaçamento (m)	10	7,5	7,5	7,5	7,5	4	3,75	5	2,5	3
Nº de vãos	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3
Dimensão l_1 (m)	12	16	12	16	12	18	12	23	20	23
Dimensão l_2 (m)	–	10	–	10	–	12	–	17	–	17


Figura 7

Sistema de contraventamento transversal: exemplos 2, 4, 6, 8 e 10

iguais, o quociente F/S terá sido determinado. Convém ressaltar que na aplicação do processo deve ser previamente fixado o valor de K da equação (40).

Devido à grande quantidade de operações, o método é aplicado com o auxílio de computador. A título de ilustração, apresenta-se na figura 4 um fluxograma com a seqüência de operações de obtenção de F/S por meio de tentativas.

Representando por b a solução de (43) pelo método recém descrito e introduzindo sucessivamente as equações (40) e (17), pode-se escrever:

$$\frac{F}{S} = \frac{F\ell^2}{EI(2N + n^2/\bar{K})} \leq b \quad (44)$$

Pode-se observar na figura 3 que $\ell = H_{tot}/n$ e $F = N_k/n$, conforme definição de N_k na subseção 1.1. Por sua vez, a não linearidade física pode ser considerada substituindo-se EI por $(EI)_{sec}$ dado por (7). Introduzindo essas alterações e extraindo a raiz quadrada de ambos os membros da inequação (44), resulta:

$$H_{tot}\sqrt{N_k/E_{CS}I_C}/\sqrt{0.5755n(2N + n^2/\bar{K})/r} \leq \sqrt{b} \quad (45)$$

Comparando (45) com as equações (1) e (2), conclui-se que o limite α_1 do parâmetro de instabilidade pode ser expresso por:

$$\alpha_1 = \sqrt{0.5755bn(2N + n^2/\bar{K})/r} \quad (46)$$

Assim, entrando-se com o número de andares desejado (n),

pode-se obter b por meio do processo de tentativas já descrito e, em seguida, o valor do coeficiente limite α_1 , aplicando-se a equação (46). Isto foi feito para uma série de quantidades de andares e para diferentes valores de $\bar{K}$. Considerou-se, para efeitos de estudo, um f_{ck} de 20 MPa, levando o coeficiente r a assumir o valor de 0,85, de acordo com a equação (3). Consequentemente, a relação $EI/E_{CS}I_C$ expressa por (7) resulta em 0,677.

Constatou-se que, para um número de andares inferior a quatro e igual ou superior a 200, a variação de α_1 em função de $\bar{K}$ é muito pequena, podendo ser desprezada. Assim, estes valores de α_1 , que podem ser considerados independentes de $\bar{K}$, são mostrados na tabela 1. Para um número de andares superior a três e inferior a 200, α_1 varia com $\bar{K}$. A tabela 2 mostra um resumo dos resultados obtidos, onde cada coluna contém valores de α_1 relativos a um valor fixo de $\bar{K}$. Para não tornar esta exposição demasiadamente extensa, os valores de α_1 são apresentados para uma série de quantidade de andares representativa do intervalo considerado; por sua vez, o conjunto de valores de $\bar{K}$ da tabela representa a faixa de abrangência dos valores de $\bar{K}$ obtidos nos exemplos que se encontram descritos na próxima seção.

5. Exemplos

5.1 Descrição dos testes

A figura 6 mostra a configuração básica, em planta, do sistema de contraventamento transversal de um edifício de planta retangular,

Tabela 4

Dimensões (cm) das seções transversais

Exemplo	Vigas	Pilares
1	25 x 68	25 x 47
2	19 x 47	19 x 47
3	25 x 68	25 x 68
4	20 x 60	20 x 60
5	40 x 76	40 x 100
6	23 x 60	30 x 89
7	33 x 78	40 x 130
8	29 x 65	29 x 117
9	64 x 193	64 x 130
10	+ abas 45 x 12	
	32 x 125	32 x 82
	+ abas 30 x 12	

Tabela 5

Parâmetros de inércia dos exemplos

Exemplo	I_c (m ⁴)	$\bar{K}$	$(EI)_{sec} / E_{CS} I_c$
1	0,422	169	0,687
2	0,517	456	0,670
3	3,268	173	0,650
4	3,952	280	0,673
5	22,17	175	0,700
6	35,15	449	0,641
7	66,81	244	0,727
8	133,4	375	0,696
9	299,7	19,5	0,986
10	342,5	69,5	0,967

o qual é constituído por pórticos com vão único de 7,5 m. Da mesma forma, pode-se observar na figura 7 a configuração básica do sistema de contraventamento transversal de um edifício de planta octogonal alongada, sendo formado por pórticos com três vãos iguais de 5 m. Em ambos os casos, os pórticos apresentam-se igualmente espaçados e os vãos são considerados de eixo a eixo de pilar; os elementos contraventados não estão representados. Cada um destes sistemas foi empregado em edifícios de 5, 10, 20, 30 e 50 andares com pé direito de 3 m, constituindo os exemplos 1 a 10, cujas informações gerais constam na tabela 3.

Considerou-se a utilização de um concreto com $f_{ck} = 40$ MPa e agregado constituído por basalto, resultando em um módulo $E_{CS} = 38000$ MPa. Foi considerada uma carga vertical total (valor característico) de 10 kN/m² por pavimento. Adotou-se uma força devida à pressão do vento de 1,5 kN/m² (valor característico), constante ao longo da altura. Esta consideração foi feita por tratar-se de experiência com formulação baseada em modelo com força de vento de taxa constante.

Cada um dos 10 sistemas de contraventamento foi testado com o objetivo de se determinar a relação entre cargas verticais e rigidez horizontal que resultasse em um acréscimo de 10% no momento global da base do edifício, em relação à análise de primeira ordem; com isso, determinava-se o limite α_1 do parâmetro de instabilidade. O procedimento aplicado em cada teste consistiu em atribuir dimensões iniciais às seções das barras dos pórticos e realizar uma análise de segunda ordem, empregando-se o método $P-\Delta$ com processamento em precisão dupla. Por se tratar de sistemas de contraventamento com dupla simetria, adotou-se para a análise, no lugar da estrutura tridimensional, um modelo formado pelos pórticos transversais dispostos num mesmo plano e unidos por bielas.

Em seguida, realizaram-se novas análises de segunda ordem, ajustando-se as dimensões das seções até resultar o acréscimo desejado de 10% no momento global da base. A tabela 4 apresenta as dimensões das seções resultantes desse processo. Foram consideradas seções retangulares para todas as barras, com exceção das vigas dos exemplos 9 e 10, para as quais foram adotadas seções T. Apesar de não se mostrar adequada nos exemplos com maior número de andares, a estruturação em pórticos de vão único e de três vãos foi mantida para fins de comparação.

A obtenção do parâmetro de instabilidade através da equação (1) requer que tenha sido determinada a inércia I_c de um pilar

equivalente ao conjunto de pórticos transversais. Isto foi feito efetuando-se o procedimento prescrito pelo item 15.5.2 da ABNT NBR 6118:2014. Assim, para cada exemplo, a inércia equivalente foi obtida a partir da comparação entre os deslocamentos horizontais no topo, resultantes da análise linear do próprio sistema de contraventamento e de um pilar de referência, submetidos ao carregamento de vento. Os valores de I_c obtidos por meio deste processo encontram-se na tabela 5. O coeficiente $\bar{K}$ de cada sistema de contraventamento foi determinado mediante a aplicação da equação (40), tendo J e S sido obtidos conforme o exposto na seção 3. Os valores de $\bar{K}$ também se encontram na tabela 5.

A não-linearidade física foi considerada por meio da redução da rigidez das barras individuais, expressa pelas equações (5) e (6). Além da aplicação do método $P-\Delta$, também foi realizada uma análise não linear física de cada sistema submetido exclusivamente ao carregamento de vento; trata-se, na verdade, de uma análise linear com a recém mencionada redução das rigidezes. Em seguida, foi obtida a relação $(EI)_{sec} / E_{CS} I_c$ do conjunto de barras dos pórticos de cada exemplo, por meio da comparação entre os deslocamentos horizontais no topo resultantes das análises com e sem redução das rigidezes. Os valores dessa relação constam na última coluna da tabela 5.

5.2 Análise dos resultados

As tabelas 1 e 2 apresentam valores do coeficiente limite α_1 , obtidos por meio da seqüência de operações da figura 4, seguida da aplicação da equação (46). Por sua vez, a figura 5 mostra curvas representando a variação de α_1 com o número de andares, para três diferentes valores de $\bar{K}$. Observa-se que os valores de α_1 são crescentes com o número de andares, variando entre 0,42 (um pavimento) e 0,655 (para o número de andares tendendo ao infinito). Entretanto, conforme foi salientado no final da seção 4, estes valores foram obtidos para uma relação $(EI)_{sec} / E_{CS} I_c = 0,677$. Alterando-se esta relação, alterar-se-ão os valores de α_1 na proporção da raiz quadrada da mesma.

A tabela 2 e a figura 5 também mostram que, para um mesmo número de andares, os valores de α_1 são crescentes com a

Tabela 6Valores de α_1 previstos e encontrados

Exemplo	α_1^1	α_1^2	α_1^3	Diferença ⁴
1	0,503	0,500	0,503	0
2	0,499	0,498	0,496	0,60%
3	0,511	0,518	0,508	0,59%
4	0,511	0,512	0,511	0
5	0,555	0,549	0,558	0,54%
6	0,517	0,528	0,514	0,58%
7	0,587	0,566	0,587	0
8	0,556	0,553	0,561	0,90%
9	0,770	0,642	0,775	0,65%
10	0,747	0,631	0,754	0,94%

¹ Valores encontrados nos exemplos;² Valores previstos pela tabela 2;³ α_1 (2) com a correção do fator $(EI)_{sec} / E_{CS} I_c$;⁴ Diferenças entre α_1^1 e α_1^3 .

diminuição de $\bar{K}$, ou seja, com a diminuição da rigidez dos pórticos à flexão em relação à rigidez ao corte e, portanto, com o aumento da flexibilidade à flexão em relação à flexibilidade ao corte. Uma maior flexibilidade à flexão está associada à tendência da deformada em apresentar deslocamentos horizontais importantes somente na região superior do edifício, ao contrário da deformada de uma estrutura mais flexível ao corte, na qual os referidos deslocamentos já ocorrem a partir da região inferior. Esta diminuição do número de pavimentos com deslocamentos horizontais importantes faz diminuir a parcela do momento fletor global devida aos

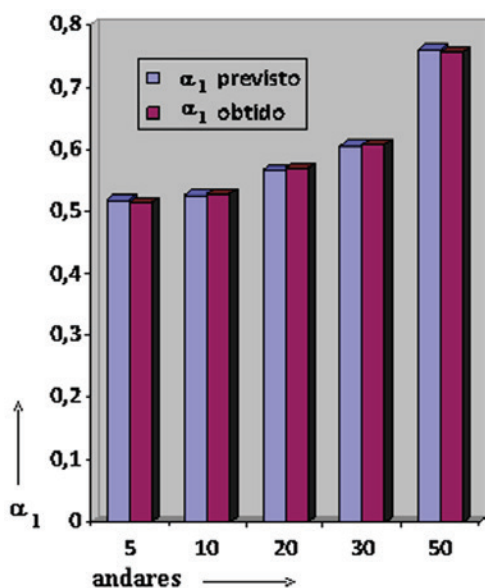


Figura 8
Valores de α_1 : exemplos de vão único

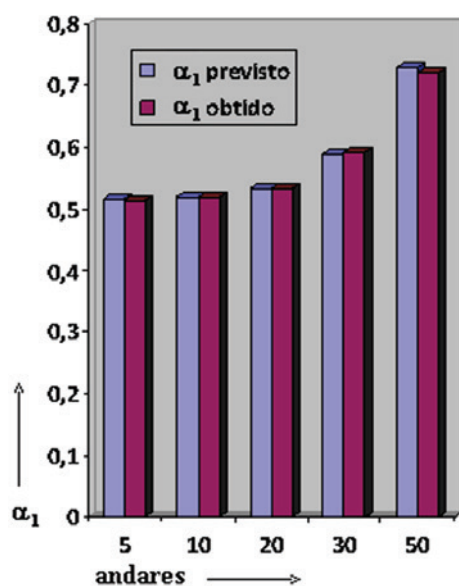


Figura 9
Valores de α_1 : exemplos de três vãos

efeitos de segunda ordem, levando a um aumento no coeficiente limite α_1 .

Os gráficos da figura 5 mostram que a variação de α_1 com $\bar{K}$ é mais pronunciada numa faixa intermediária da quantidade de pavimentos. Por exemplo, para 25 andares, a diferença entre os valores de α_1 referentes a $\bar{K}$ igual a 20 e a 500 é de 16 %, correspondendo a uma diferença de 35 % entre as respectivas razões carga vertical/rigidez horizontal.

Por sua vez, os valores de α obtidos nos exemplos constam na segunda coluna da tabela 6, podendo se observar que eles também aumentam com o número de andares. Para um mesmo número de andares, os valores relativos aos exemplos de vão único tendem a ser superiores aos de três vãos, ocorrendo o contrário com os valores de $\bar{K}$, conforme consta na tabela 5. Isto está coerente com o exposto anteriormente, pois nos pórticos de vão único, devido ao número menor de pilares, a deformação axial nos mesmos tende a ser maior, levando a uma maior deformabilidade devida à flexão global.

A terceira coluna da tabela 6 apresenta os valores de α_1 obtidos por interpolação dos valores constantes na tabela 2, em função do número de andares e do coeficiente $\bar{K}$ de cada exemplo. Constatou-se que estes valores apresentam, em alguns casos, diferenças significativas em relação aos valores de α encontrados nos exemplos.

Em seguida, os valores de α_1 foram recalculados, substituindo-se o fator $0,5755/r$ das equações (7) e (46) pelos fatores $(EI)_{\text{sec}}/E_{\text{CS}}I_{\text{C}}$ constantes na tabela 5. Estes valores recalculados de α_1 , juntamente com as diferenças entre eles e os valores de α obtidos nos exemplos, constam respectivamente na quarta e quinta colunas da tabela 6. Consta-se que estas diferenças são inferiores a 1 % para todos os casos. As figuras 8 (exemplos de vão único) e 9 (exemplos de três vãos) demonstram graficamente o bom grau de precisão obtido na previsão dos valores de α_1 .

A necessidade de se recalcular α_1 em função dos fatores $(EI)_{\text{sec}}/E_{\text{CS}}I_{\text{C}}$ deveu-se basicamente à diferença entre o valor de f_{ck} adotado na construção das tabelas 1 e 2 (20 MPa) e o adotado nos exemplos (40 MPa). Assim, foi principalmente essa diferença que levou à constatação de que, para se atingir um bom grau de precisão na predição do limite α_1 de um edifício com certo número de andares e determinada razão de rigidezes $\bar{K}$, é necessário avaliar a não linearidade física com um bom grau de aproximação. Consta-se ainda que os valores de α_1 obtidos nos exemplos mostram uma variabilidade que vai de um mínimo de 0,499 no exemplo 2 até um máximo de 0,770 no exemplo 9. A proporção entre estes valores extremos é de aproximadamente 1,5:1. Considerando que a obtenção dos mesmos envolve a extração de uma raiz quadrada, a proporção entre os radicandos (relações carga vertical/rigidez horizontal) associados a esses extremos é superior a 2:1.

Essa variabilidade mostra a importância de se ter uma forma de prever um limite α_1 apropriado à razão $\bar{K}$ e ao número de andares de um dado edifício a ser projetado, no lugar dos valores fixos estabelecidos na seção 15 da ABNT [3]. Assim, por exemplo, em relação ao valor fixo 0,5 (prescrito para 4 ou mais andares), a tabela 2 fornece valores variáveis entre 0,493 (4 andares e $\bar{K} = 500$) e 0,652 (150 andares e $\bar{K} = 40$ ou 20); estes valores foram obtidos para uma relação fixa $(EI)_{\text{sec}}/E_{\text{CS}}I_{\text{C}} = 0,677$. Determinando essa relação para cada caso, podem-se obter valores ainda maiores de α_1 , conforme se pode constatar nos exemplos apresentados.

6. Conclusões

No presente trabalho, foi desenvolvido um método baseado no modelo discreto de Beck e König (Figura 1), considerando pé-direito constante e força de vento uniforme. O método consiste em resolver a inequação (43) por meio de tentativas e utilizar o resultado na aplicação da equação (46), obtendo-se α_1 . Como o método é aplicado com o auxílio de computador, pode-se obter α_1 para qualquer número de andares e qualquer valor de $\bar{K}$, conforme se pode observar nas tabelas 1 e 2.

No estudo voltado para sistemas de contraventamento formados exclusivamente por paredes e/ou núcleos, realizado por Ellwanger [2], foram deduzidas fórmulas para a previsão do limite α_1 , dependentes unicamente do número de andares. Por sua vez, os sistemas formados por pórticos, objeto deste trabalho, requerem a definição prévia de dois parâmetros adicionais para se obter α_1 . O primeiro destes parâmetros é a relação $\bar{K}$ entre as rigidezes do sistema à flexão e ao corte, expressa pela equação (40), sendo J e S obtidos de acordo com o exposto na seção 3. O segundo parâmetro é a relação $(EI)_{\text{sec}}/E_{\text{CS}}I_{\text{C}}$ do sistema de contraventamento (influência da não linearidade física). Uma forma de obtenção da mesma é submeter o sistema a uma nova análise linear, considerando a redução das seções das barras, expressa pelas equações (4) a (6). A relação $(EI)_{\text{sec}}/E_{\text{CS}}I_{\text{C}}$ é então determinada por meio da comparação entre os deslocamentos horizontais no topo obtidos pelas análises com as seções reduzidas e com as originais.

Um tema para a continuidade da pesquisa nesta área é investigar a viabilidade de se estabelecerem limites inferiores da relação $(EI)_{\text{sec}}/E_{\text{CS}}I_{\text{C}}$ para determinadas situações (faixas de número de andares, número de vãos, relação altura/largura do edifício, igualdade ou não entre as áreas de armadura A_s e A_s' das vigas etc.) e introduzi-los na equação (46), por meio da substituição do termo $0,5755/r$. Assim, o projetista teria a opção de submeter a estrutura à análise com as seções reduzidas ou simplesmente adotar a estimativa de $(EI)_{\text{sec}}/E_{\text{CS}}I_{\text{C}}$ recém mencionada.

No estudo voltado a sistemas formados por paredes e/ou núcleos, Ellwanger [2] abordou casos de força de vento uniforme e com variação segundo as prescrições da ABNT NBR 6123:1988 – Forças Devidas ao Vento em Edificações (ABNT [11]). Constatou-se que os valores de α_1 , obtidos para estes dois padrões de carregamento, apresentam valores muito próximos entre si, com diferenças inferiores a 1,7%. Assim, este trabalho não abordou casos de força de vento com taxa variável. Entretanto, na continuidade da pesquisa neste tema, é recomendável verificar se a proximidade entre os valores de α_1 para os dois padrões de carregamento também se verifica nos sistemas formados por pórticos.

Os bons resultados obtidos neste trabalho e no de Ellwanger [2] recomendam a adoção do método proposto para pesquisar formas de definição de α_1 também para sistemas formados por associações de pórticos com paredes e/ou núcleos. Casos de variação no pé direito e na rigidez horizontal ao longo da altura também podem ser abordados. Pode-se investigar ainda a viabilidade de se determinarem fórmulas de interpolação que reproduzam as séries de valores das tabelas 1 e 2. Cabe destacar que tudo isto deve ser feito de forma a manter a simplicidade da formulação, justamente uma das maiores virtudes da utilização do parâmetro de instabilidade.

Convém salientar que os resultados obtidos no presente trabalho referem-se a sistemas estruturais constituídos por pórticos repetitivos e regularmente distribuídos. Para que a adoção de um limite variável para o parâmetro de instabilidade venha a ser incorporada à prática do projeto de estruturas é necessário, contudo, que o método desenvolvido neste trabalho seja testado por meio de uma série de exemplos bem mais abrangente, incluindo pórticos diferenciados e irregularmente distribuídos. Além disso, recomenda-se para os testes um modelo mais realístico de análise, com a simulação da estrutura como um reticulado tridimensional, considerando o comportamento dos pavimentos como diafragmas rígidos.

7. Referências Bibliográficas

- [1] Ellwanger, R.J.; Um limite variável para o parâmetro de instabilidade de estruturas de contraventamento formadas por associações de pórticos com paredes ou núcleos. *In: Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, vol. 5, nº 1, pp. 120-136, São Paulo, 2012.
- [2] Ellwanger, R.J.; Floors number influence on the instability parameter of reinforced concrete wall- or core-braced buildings. *In: Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, vol. 6, nº 5, pp. 797-810, São Paulo, 2013.
- [3] ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas; NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.
- [4] Franco, M. and Vasconcelos, A.C.; Practical Assessment of Second Order Effects in Tall Buildings. *In: Colóquio do CEB-FIP Model Code 1990*, pp. 307-24, Rio de Janeiro, 1991.
- [5] Alves, E.C. e Feitosa, L.A.; Estudo da estabilidade global de edifícios altos com lajes protendidas. *In: Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, vol. 8, nº 2, pp. 164-195, São Paulo, 2015.
- [6] Cicolin, L.A.B. e Figueiredo Filho, J.R.; Estabilidade em edifícios de concreto armado com lajes sem vigas: influência de pórticos formados por faixas de lajes e vigas invertidas nas bordas. *In: Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, vol. 4, nº 3, pp. 481-500, São Paulo, 2011.
- [7] Freitas, F.C., Luchi, L.A.R. e Ferreira, W.G.; Análise da estabilidade global das estruturas e ações de controle dos seus efeitos. *In: Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, vol. 9, nº 2, pp. 153-191, São Paulo, 2016.
- [8] Pinto, R.S. e Ramalho, M.A.; Inércia equivalente das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado. *In: Cadernos de Engenharia de Estruturas*, São Carlos, v. 9, nº 38, p. 107-136, 2007.
- [9] Taranath, B.S.; Reinforced Concrete Design of Tall Buildings, Boca Raton, CRC Press, 2010.
- [10] Stafford Smith, B. and Coull, A.; Tall Building Structures: Analysis and Design, New York, John Wiley & Sons Inc., 1991.
- [11] ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas; NBR 6123 – Forças Devidas ao Vento em Edificações, Rio de Janeiro, 1988.