

Numerical analysis of the effect of partial interaction in the evaluation of the effective width of composite beams

Análise numérica do efeito da interação parcial na avaliação da largura efetiva de vigas mistas

A. R. SILVA^a
amilton@em.ufop.br

L. E. S. DIAS^a
luis_civil12@yahoo.com.br

Abstract

Most of the engineering problems involving structural elements of steel-concrete composite beam type are approximations of the structural problem involving concrete plates connected by connectors to steel beams. Technical standards allow the replacement of the concrete plate element by a beam element by adopting a reduction in the width of the plate element known as effective width. The effective width is obtained, in most technical norms, taking into account only the parameters of beam span length and distance between adjacent beams. Numerical and experimental works found in the literature show that this effective width depends on several other parameters, such as the width and thickness of the concrete slab, and the type of loading. The objective of this work is to verify the influence of the partial interaction in the evaluation of the effective width of composite beams formed by a concrete slab connected to a steel beam with deformable connection, being used in numerical simulation three types of finite elements: a plate element for nonlinear analysis of the concrete slab; a bar element for non-linear analysis of beams with cross-section defined by a polygon; and an interface element which connects the plate and beam elements, simulating the deformation effect of the shear connectors. In the studied examples, it was found that the reduction of the shear connection stiffness at the interface between the concrete slab and the steel beam leads to a decrease in the shear lag effect and, consequently, makes the effective width of the concrete slab closer to its real width. In another example, curves are constructed to define the effective width of a composite beam with medium stiffness. Considering maximum stresses and maximum displacements, these curves are obtained by forcing the equivalence of the approximate model with the model closest to the real problem.

Keywords: effective width, partial interaction, stiffened concrete plate.

Resumo

A maioria dos problemas de engenharia envolvendo elementos estruturais do tipo viga mista de aço e concreto são aproximações do problema estrutural envolvendo placas de concreto ligadas por meio de conectores a vigas de aço. Normas técnicas permitem a substituição do elemento de placa de concreto por um elemento de viga adotando uma redução na largura do elemento de placa, conhecida como largura efetiva. A largura efetiva é obtida, na maioria das normas técnicas, levando em consideração apenas os parâmetros de comprimento do vão da viga e distância entre vigas adjacentes, porém alguns trabalhos numéricos e experimentais encontrados na literatura mostram que essa largura efetiva depende de vários outros fatores como, por exemplo, a largura e espessura da laje de concreto, e o tipo de carregamento. O objetivo desse trabalho é verificar a influência da interação parcial na determinação da largura efetiva de vigas mistas formadas por uma laje de concreto ligada a uma viga de aço com conexão deformável, sendo usado na simulação numérica três tipos de elementos finitos: um elemento de placa para análise não linear da laje de concreto; um elemento de barra para análise não linear de vigas com seção transversal definida por um polígono qualquer; e um elemento de interface que faz a ligação entre os elementos de placa e viga simulando o efeito de deformação dos conectores de cisalhamento. Nos exemplos analisados verificou-se que a redução da rigidez da conexão na interface entre a laje de concreto e a viga de aço leva a uma diminuição do efeito “shear lag” e, consequentemente, torna a largura efetiva da laje de concreto mais próxima da sua largura real. Em um dos exemplos são construídas curvas para definição da largura efetiva de uma viga mista com rigidez média. Considerando análises de tensões e flechas máximas, essas curvas são obtidas forçando a equivalência do modelo aproximado com o modelo mais próximo do problema real.

Palavras-chave: largura efetiva, interação parcial, placa de concreto enrijecida.

^a Graduate Program in Civil Engineering, Department of Civil Engineering, School of Mines, Federal University of Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais, Brazil.

1. Introdução

Elementos estruturais de vigas mistas aço-concreto consistem de uma laje de concreto ligada por meio de conectores mecânicos a um perfil de aço. Na análise estrutural desse tipo de elemento verifica-se que a deformação por cisalhamento na laje de concreto promove uma variação da tensão axial ao longo da largura da laje de concreto, tal efeito é chamado na literatura de “shear lag”. A largura efetiva prescrita em vários códigos de projetos tem a finalidade de levar em consideração esse efeito.

Os procedimentos definidos em normas técnicas para a determinação da largura efetiva foram estabelecidos alguns anos atrás e estão na maioria dos casos ligados a pesquisas baseadas em um comportamento elástico dos materiais. Alguns estudos [1-4] mostram que a largura efetiva varia com diversos parâmetros, inclusive com o nível de carregamento, tornando-se próxima da largura real do elemento de placa quando a viga mista está perto do colapso. Ahn *et al.* [5] fazem uma comparação dos procedimentos de diferentes códigos para avaliação da largura efetiva.

Os primeiros trabalhos sobre largura efetiva surgiram na década de 60. Adekola [6] calculou a largura efetiva de vigas mistas simplesmente apoiadas considerando a variação de parâmetros geométricos. Em seu trabalho, o autor usou as soluções analíticas definidas por Allen e Severn [7]. A largura efetiva definida como um quarto do vão da viga, usada em muitos códigos de projetos, foi verificada por Ansourian [8]. O autor verificou que as tensões na laje de concreto aproximam dos valores reais quando a largura efetiva é tomada como um quarto do vão. Já para a viga de aço isso acontece quando a largura efetiva é tomada igual à largura da laje de concreto.

Ansourian e Aust [9] observaram que a largura efetiva depende fortemente das dimensões da laje de concreto e do tipo de carregamento. Eles sugerem que a largura efetiva da forma que é definida seja utilizada apenas para cálculo de tensões e deformações em situações de serviço. Outros autores, como Heins e Fan [10], Elkelish e Robison [11], Amadio e Fragiocomo [12], também verificaram através de análises numéricas e experimentais que a largura

efetiva no estado limite último é maior que no regime elástico.

Amadio e Fragiacomio [1] conduziram uma série de estudos paramétricos em vigas mistas bi-apoiadas e em balanço usando o programa ABAQUS [13]. Ambas as análises, não linear e elástica além de diferentes níveis de deformabilidade da conexão foram avaliados. Os resultados para comportamento elástico mostram que a deformabilidade da conexão é um parâmetro muito importante na determinação da largura efetiva para análise de tensões. Esse trabalho consiste na verificação da influência da interação parcial na determinação da largura efetiva de vigas mistas de aço-concreto. Essa verificação é feita por análises numéricas utilizando elementos finitos capazes de simular o comportamento de placas de concreto ligadas a vigas de aço através de uma conexão deformável.

2. Largura efetiva

Na Figura 1 (adaptada de Ahn *et al.* [5]) é mostrado a variação da tensão normal ao longo da largura da seção de concreto em uma viga mista. Em uma análise considerando a laje de concreto como um elemento de viga essa variação não pode ser representada, o que leva o conceito da largura efetiva para tal simplificação. Não há na literatura um método de determinação da largura efetiva que leva em conta todos os parâmetros que a influenciam, o que vem motivando pesquisadores a desenvolver novos métodos [3,4].

O método mais utilizado para definir a largura efetiva é o método da distribuição de tensão normal ao longo da largura da laje de concreto. Nesse método, a largura efetiva (b_{ef}) é considerada a largura da laje necessária para que uma tensão constante e igual aquela de pico (σ_{max}) produza a mesma resultante da distribuição variável, como é ilustrado na Figura 2. Ou seja, a área do retângulo de largura b_{ef} e altura σ_{max} deve ser igual à área da região limitada pela curva $\sigma_x(y)$ e a largura b como mostrado na Equação (1).

$$b_e = \frac{1}{\sigma_x(y=0)} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x dy \quad (1)$$

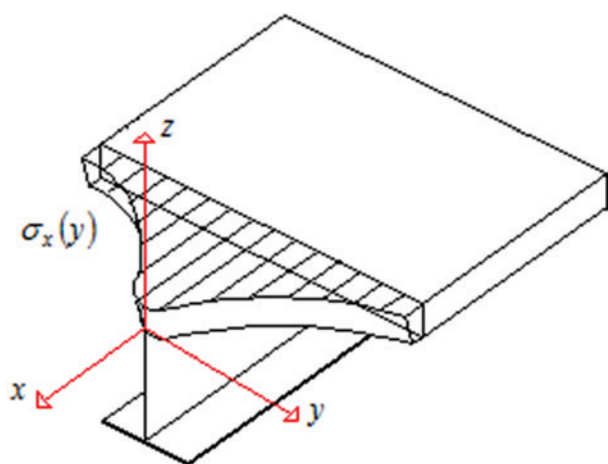


Figura 1
Tensão normal ao longo da largura da laje de concreto

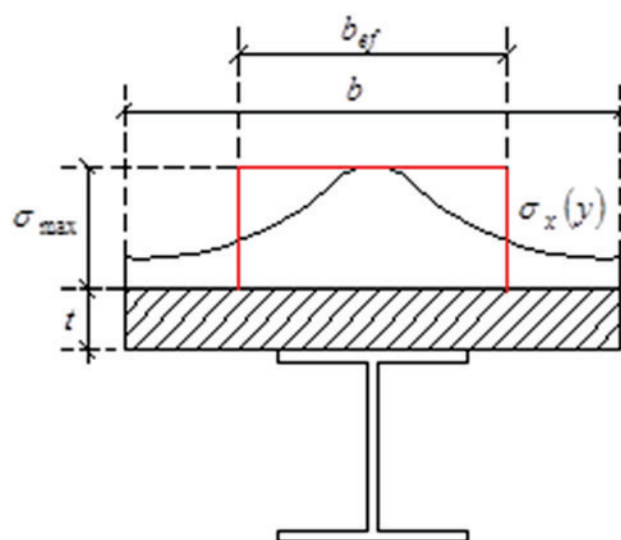


Figura 2
Largura efetiva baseada na variação da tensão normal

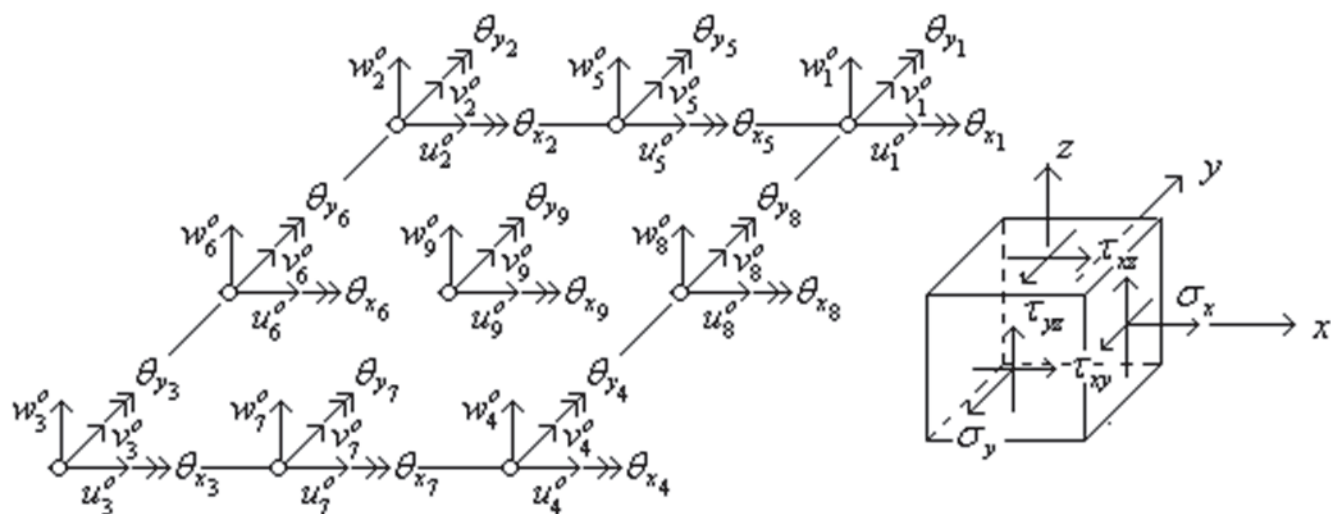


Figura 3
Graus de liberdade do elemento de placa e tensões em um elemento infinitesimal

Apesar desse método ser abordado em quase todos trabalhos sobre o assunto devido a sua simplicidade, ele não leva em consideração, por exemplo, a variação da tensão normal (σ_x) ao longo da espessura da laje, já que a tensão normal é avaliada em uma coordenada qualquer constante (é comum escolher z sendo a coordenada do topo da seção de concreto ou a coordenada média). Pensando nisto, Elkelish e Robinson [11] e Fahmy e Robinson [14] sugerem em seus trabalhos uma versão adaptada da Equação (1) para que o efeito da variação da tensão normal (σ_x) ao longo da espessura da laje seja levado em conta, como pode ser visto na Equação (2).

$$b_e = \frac{\int_{-t/2}^{t/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x dy dz}{\int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x (y=0) dz} \quad (2)$$

3. Modelo numérico

Nessa seção serão apresentadas as equações dos deslocamentos dos elementos finitos de placa, viga e de interface que foram utilizados para modelar os problemas de viga mista com conexão deformável descritos no capítulo 2. Além disso, será descrito também as relações constitutivas dos materiais aço e concreto que foram consideradas para avaliação do comportamento dos materiais.

3.1 Elemento de placa

O elemento de placa utilizado nesse trabalho foi implementado por Silva [15] e baseia-se no elemento de nove nós descrito por Bathe [16]. A não linearidade física é verificada dividindo a seção em várias camadas e considerando que em cada camada as propriedades do material possam ser diferentes [17].

Diferente do elemento de placa tradicional, o elemento de placa utilizado nesse trabalho considera, além do deslocamento vertical na direção de z e rotações em torno dos eixos x e y translações nas direções dos eixos x e y como mostrado na Figura 3.

$$u(x, y, z) = u^o(x, y) + z\theta_y(x, y) \quad (3)$$

$$v(x, y, z) = v^o(x, y) - z\theta_x(x, y) \quad (4)$$

$$w(x, y, z) = w^o(x, y) \quad (5)$$

Nas Equações (3) a (5), o superescrito indica deslocamento em um plano de referência adotado, sendo omitido nas equações a seguir. Das equações de deslocamento e da expressão de deformação de Green-Lagrange, considerando a hipótese de Von Karman que implica que as derivadas de u e v em relação a x , y e z são pequenas e desprezando a variação de w com z , obtém-se as equações das deformações dadas por:

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_l + \mathbf{e}_{nl} \rightarrow \mathbf{e} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}, \mathbf{e}_l = \begin{Bmatrix} u_{,x} + z\theta_{y,x} \\ v_{,y} - z\theta_{x,y} \\ u_{,y} + v_{,x} + z(\theta_{y,y} - \theta_{x,x}) \\ w_{,x} + \theta_y \\ w_{,y} - \theta_x \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{e}_{nl} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2}(w_{,x})^2 \\ \frac{1}{2}(w_{,y})^2 \\ w_{,x}w_{,y} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sendo E módulo de deformação axial e ν o coeficiente de Poisson as relações tensão deformação são dadas por $\mathbf{s} = D\mathbf{e}$, onde:

$$\mathbf{s} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ Sim. & & \mu & 0 & 0 \\ & & & \mu & 0 \\ & & & & \mu \end{bmatrix}, \lambda = \frac{\nu E}{1 - \nu^2} \quad e \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (7)$$

Aplicando um campo de deformação virtual compatível ao elemento de placa deformável da Figura 3 e utilizando o princípio dos trabalhos virtuais, chega-se ao vetor de forças internas e a matriz de rigidez tangente do elemento de placa analisado. Para maiores detalhes da formulação desse elemento consultar Silva [15].

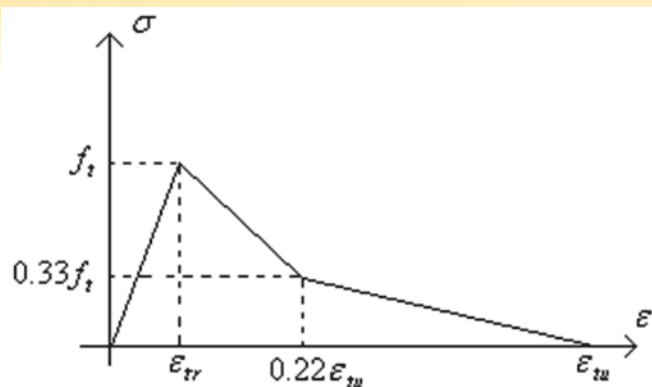


Figura 4

Curva tensão-deformação do concreto na tração

Para a avaliação do problema não linear físico é adotada para o concreto na tração a curva tensão-deformação da Figura 4 sugerida por Rots *et al.* [18] e usada também por Huang *et al.* [19]. Neste trabalho foi adotado $\varepsilon_{tu} = 10\varepsilon_{tr}$ e $f_t = 0.3321\sqrt{f_c}$ com f_c sendo a resistência a compressão do concreto em MPa. Já para o concreto na compressão é adotada a curva tensão-deformação especificada no Eurocode 4 [21] com expressão analítica dada pela Equação (8). Para o aço de reforço também é utilizada a curva tensão de-formação dada pelo Eurocode 4 [21].

$$\sigma_c(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{3\varepsilon f_c}{\varepsilon_{cr} \left[2 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} \right)^3 \right]} & \text{se } 0 < \varepsilon < \varepsilon_{cr} \\ f_c \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cr} - \varepsilon_{cu}} & \text{se } \varepsilon > \varepsilon_{cr} \end{cases} \quad (8)$$

No processo incremental iterativo usado para definir a curva carga-deslocamento do problema analisado a não linearidade física para o elemento de placa é avaliada a cada passo atribuindo a cada camada do elemento uma rigidez obtida a partir da curva tensão-deformação do material e das deformações principais no ponto de Gauss da integração numérica do elemento. Em cada ponto de Gauss e para cada camada do elemento de placa as deformações nas direções dos eixos ortogonais x e y são obtidas. Considerando as camadas em estado plano de tensões são determinadas as direções principais. Um critério de falha baseado na máxima deformação é adotado nesse trabalho. Se as deformações principais ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$) se encontrarem fora da região de falha então o concreto é considerado isotrópico e linear com módulo de deformação axial do concreto dado pela derivada da curva tensão de-formação do concreto e matriz constitutiva dada pela Equação (7). Caso contrário, o concreto é considerado ortotrópico com a relação tensão-defor-

mação desacoplada nas direções principais e matriz constitutiva dada pela Equação (9).

$$\mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(G_1 + G_2) & 0 & 0 \\ \text{Sim.} & & & G_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Na Equação (9), E_1 e E_2 são obtidos a partir das derivadas da curva tensão-deformação do concreto avaliadas em $\varepsilon_c = \varepsilon_1$ e $\varepsilon_c = \varepsilon_2$, respectivamente. Já $G_1 = \frac{E_1}{2(1+\nu)}$ e $G_2 = \frac{E_2}{2(1+\nu)}$. Para maiores detalhes do método de análise não linear de placas de concreto ver Silva [14].

3.2 Elemento de viga

O elemento de viga utilizado nesse trabalho tem graus de liberdade compatíveis com aqueles definidos para o elemento de placa do item anterior (Figura 5) e foi implementado por Silva [15]. Esse elemento é semelhante aos elementos de barra implementados em Sousa e Silva [22], Silva e Sousa [23], Sousa *et al.* [24]. As equações de deslocamento para o elemento de viga da Figura 5 são:

$$(x, y, z) = u^o(x) + z\theta_y(x) \quad (10)$$

$$v(x, y, z) = v^o(x) - z\theta_x(x) \quad (11)$$

$$w(x, y, z) = w^o(x) + y\theta_x(x) \quad (12)$$

Nas Equações (10)-(12) o superescrito o indica deslocamento em um eixo de referência adotado. Este índice será omitido nas equações a seguir para facilitar a notação. Das equações de deslocamento e da expressão de deformação de Green-Lagrange, obtêm-se as equações das deformações dadas por:

$$\varepsilon_x = u_{,x} + z\theta_{y,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 \quad (13)$$

$$\varepsilon_{xz} = \theta_y + w_{,x} + y\theta_{x,x} \quad (14)$$

$$\varepsilon_{xy} = v_{,x} - z\theta_{x,x} \quad (15)$$

Sendo E módulo de deformação axial e G módulo de deformação por cortante, as relações tensão deformação são dadas por:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x, \tau_{xy} = 2G\varepsilon_{xy} \text{ and } \tau_{xz} = 2G\varepsilon_{xz} \quad (16)$$

Aplicando um campo de deformação virtual compatível ao elemento de barra deformável da Figura 5 e utilizando o princípio dos trabalhos virtuais, chega-se ao vetor de forças internas e a matriz de rigidez tangente do elemento de barra analisado. Para maiores detalhes da formulação desse elemento consultar Silva [15].

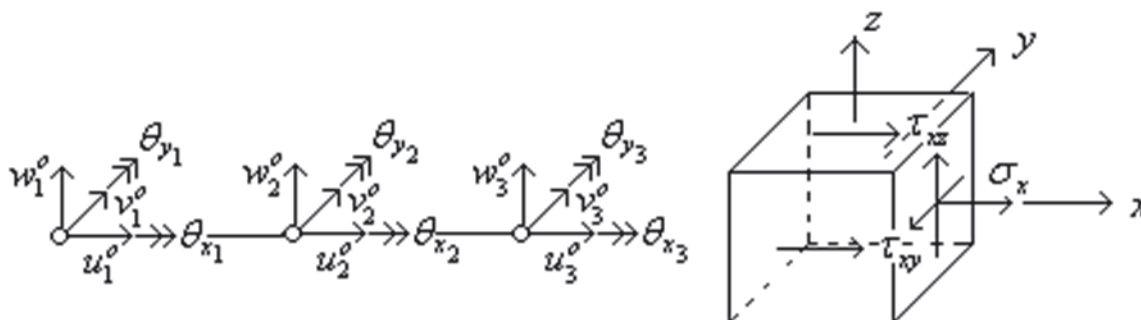


Figura 5

Graus de liberdade do elemento de viga e tensões em um elemento infinitesimal

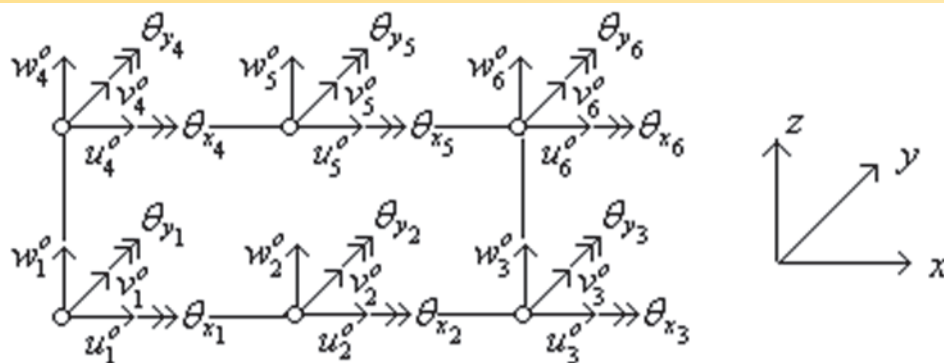


Figura 6
Graus de liberdade do elemento de interface

No processo incremental iterativo usado para definir a curva carga-deslocamento do problema analisado, a não linearidade física para o elemento de barra é avaliada a cada passo atribuindo a E e G da Equação (16) os módulos de elasticidade obtidos a partir da derivada da curva tensão deformação do material.

3.3 Elemento de interface

O elemento de interface utilizado nesse trabalho simula o comportamento da conexão deformável e faz a ligação entre os elementos de placa e viga definidos anteriormente. Portanto, seus graus de liberdade são compatíveis com esses elementos, como é mostrado na Figura 6. Esse elemento foi implementado por Silva

[15] e é baseado nos elementos de interface implementados por Sousa e Silva [22] e Silva e Sousa [23].

As equações para os deslocamentos relativos nas direções x, y e z do elemento de interface da Figura 6 são:

$$w_u(x) = u_2^0(x) - u_1^0(x) - (y_2 - d)\theta_{y2}(x) - (d - y_1)\theta_{y1}(x) \quad (17)$$

$$w_v(x) = v_2^0(x) - v_1^0(x) + (y_2 - d)\theta_{x2}(x) + (d - y_1)\theta_{x1}(x) \quad (18)$$

$$w_x(x) = w_2^0(x) - w_1^0(x) + y(\theta_{x2}(x) - \theta_{x1}(x)) \quad (19)$$

Nas expressões (17) a (19), os índices 1 e 2 que aparecem nos deslocamentos indicam, respectivamente, elementos acima e abaixo da interface de contato. Já as variáveis d, y_1 e y_2 são mostradas na Figura 7. O índice 0 indica deslocamento em um plano ou um eixo de referência adotado.

As relações força por unidade de comprimento versus deslocamentos relativos nas direções de u, v e w são dadas pela Equação (20).

$$S_b = E_{Sb}w_u, V_b = E_{Vb}w_v \text{ e } N_b = E_{Nb}w_x \quad (20)$$

Aplicando um campo de deformação virtual compatível ao elemento de interface deformável da Figura 6 e utilizando o princípio dos trabalhos virtuais, chega-se ao vetor de forças internas e a matriz de rigidez tangente do elemento de interface analisado. Para maiores detalhes da formulação desse elemento consultar Silva [15].

No processo incremental iterativo usado para definir a curva carga-deslocamento do problema analisado, a não linearidade física para o elemento de interface é avaliada a cada passo atribuindo às rigidezes E_{Sb} , E_{Vb} e E_{Nb} da Equação (20) valores obtidos a partir das derivadas das curvas força por unidade de comprimento versus deslocamentos relativos nas direções de x, y e z. As curvas força cortante por unidade de comprimento versus deslizamento longitudinal e transversal são definidas para diferentes tipos de conectores através de ensaios de laboratórios chamados de "push-out test". Já para a curva força vertical por unidade de

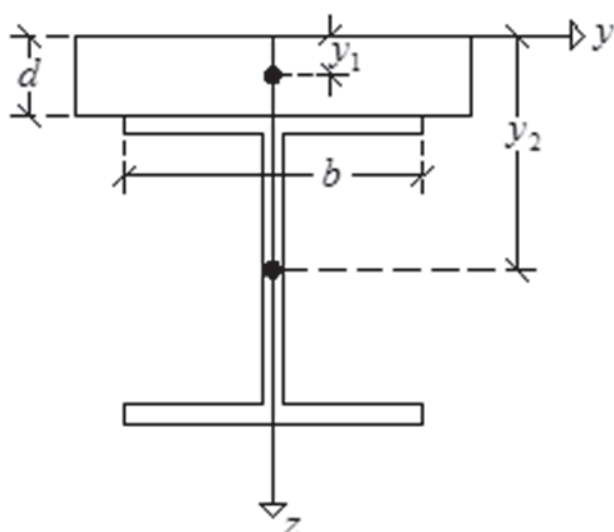


Figura 7
Posição da interface de contato entre os materiais

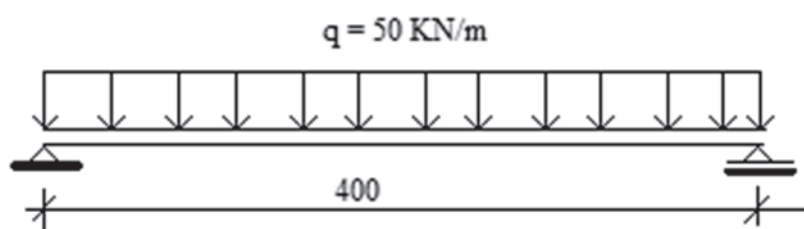
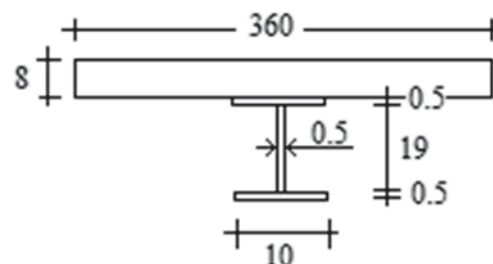
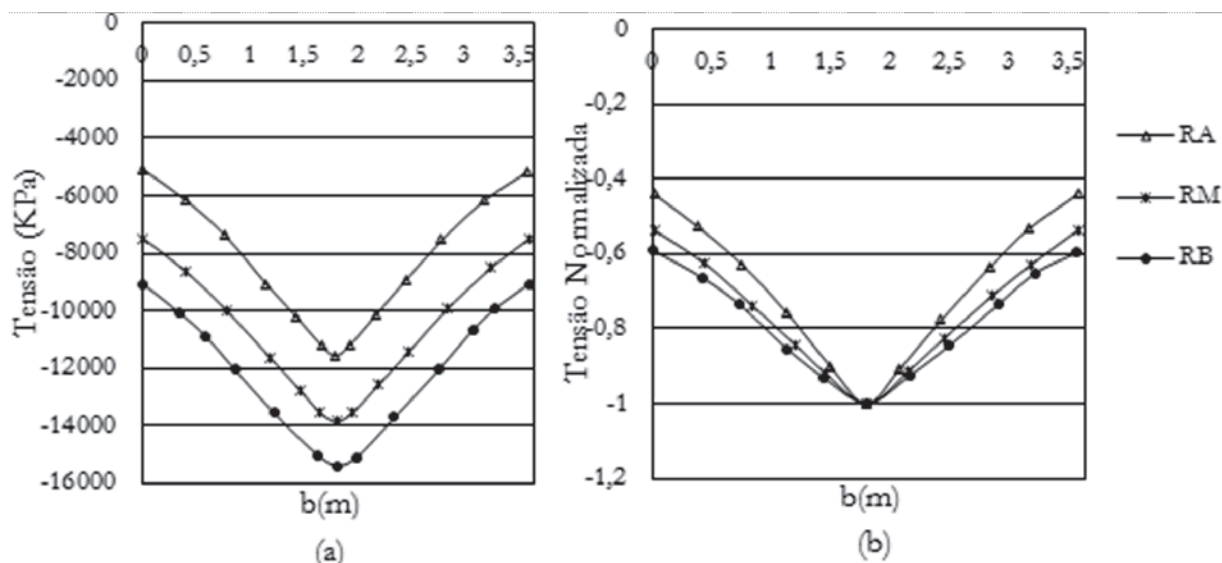


Figura 8
Viga mista e seção transversal (cotas em cm)



**Figura 9**

Variação da tensão normal ao longo da largura da laje de concreto

comprimento versus separação vertical na interface não se tem resultados experimentais para a sua identificação. Geralmente esse deslocamento relativo é desprezado nas análises. Nesse trabalho será adotada uma curva linear com uma rigidez muito alta caracterizando uma interação total nessa direção, ou seja, não será permitida a separação vertical entre os elementos.

4. Exemplos

4.1 Viga mista aço-concreto – análise linear

A viga mista da Figura 8 foi analisada usando os elementos descritos nesse trabalho para diferentes níveis de rigidez da conexão da interface, com o objetivo de verificar a influência dessa na determinação da largura efetiva em uma análise linear. Foram utilizados três níveis de rigidez ao longo do eixo da viga, sendo uma rigidez baixa (RB), uma rigidez média (RM) e uma rigidez alta (RA), esses valores são respectivamente iguais a $E_{sb} = 0,01$ MPa (RB), $E_{sb} = 80$ MPa (RM) e $E_{sb} = 60000$ MPa (RA). Como um parâmetro de comparação verifica-se que conectores do tipo pino com

cabeça de 19,1mm de diâmetro espaçados a cada 20cm, aço do conector com $f_y = 345$ MPa e $f_u = 415$ MPa, apresenta uma rigidez de aproximadamente 200MPa (para verificar como determinar esse valor ver [25]).

É importante destacar que os valores utilizados para as rigidezes nas direções transversal (E_{vb}) e vertical (E_{nb}) ao eixo da viga promovem a interação total, adotando para a rigidez o valor de 10^6 MPa. Ou seja, é desconsiderada a possibilidade de separação vertical na interface e de deslizamento na direção transversal ao eixo da viga. Vale ressaltar que o valor de 10^6 MPa é suficiente para impedir a separação vertical e o deslizamento na direção transversal, não necessitando de valores maiores.

No exemplo, a viga mista tem seção transversal composta por uma laje de concreto de seção retangular ligada por conectores a um perfil de aço de seção I. Na análise numérica a laje de concreto foi discretizada em elementos de placa, o perfil de aço em elementos de viga, e o elemento de interface faz a ligação entre esses dois elementos e simula a conexão deformável. É adotado para o concreto um módulo de deformação axial $E_c = 32400$ MPa e coeficiente de Poisson $\nu_c = 0,2$. Já para o aço é considerado

Tabela 1

Largura efetiva

Rigidez	RA	RM	RB
$\int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x dy$ (kN/m)	-29223,2	-37947,2	-44067,5
$\sigma_x(y = 0)$ (kPa)	-11559,7	-13838,2	-15460,4
$b_{ef} = \frac{1}{\sigma_x(y = 0)} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x dy$ (m)	2,53	2,74	2,85

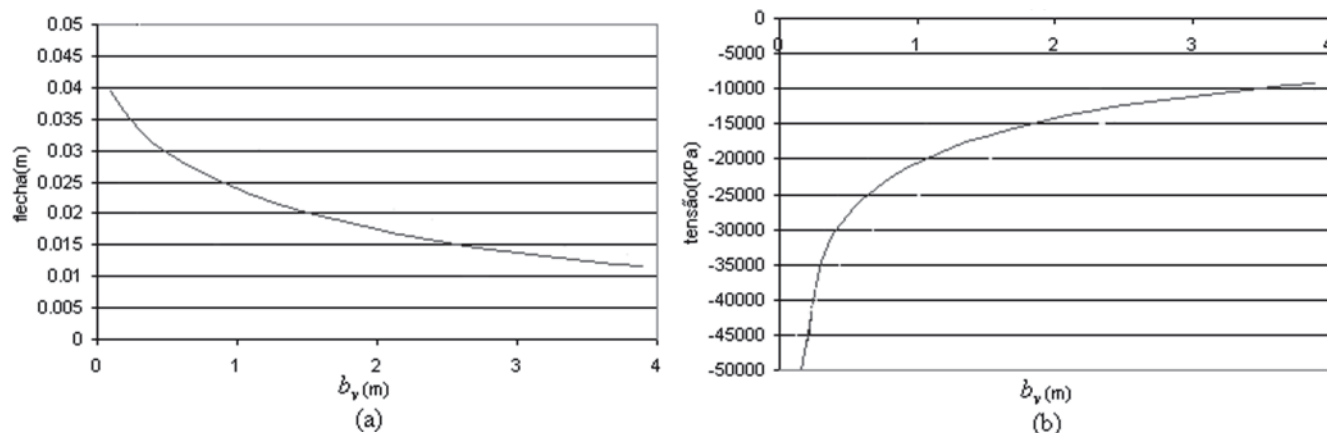


Figura 10

Tensão e flecha da viga mista para diferentes valores de b_v

Tabela 2

Largura efetiva através da comparação entre análise de placa mais viga e análise de viga

Critério	Análise de placa mais viga	b_v (m)
Tensão máxima (kPa)	$\frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x dy = -105490,9$	3,21
Flecha máxima (m)	0,016	2,35
Ambos	-	2,35

$E_s = 200000 \text{ MPa}$ e $\nu_s = 0,3$. Devido à análise nesse exemplo ser linear não é necessária a definição das resistências dos materiais. Na Figura 9-a são apresentadas as variações da tensão normal ao longo da largura da laje de concreto. Nesses gráficos, a tensão normal foi obtida no meio do vão da viga e na fibra mais acima da laje de concreto. Já na Figura 9-b as tensões foram normalizadas em relação à tensão de pico na linha central do perfil de aço. Da Equação (1) para a largura efetiva observa-se que quanto menor for a variação da tensão normal ao longo da largura da laje maior será a largura efetiva. Na Tabela 1 são apresentados os cálculos das larguras efetivas. Portanto, pelo gráfico da Figura 9-b e

a Tabela 1 pode-se concluir que a largura efetiva diminui com o aumento da rigidez na conexão.

A Tabela 1 apresenta o valor da largura efetiva segundo a Equação (1). No entanto, a largura efetiva tem como objetivo simplificar a análise estrutural de placas conectadas a vigas mantendo a segurança estrutural, ou seja, tensão e flecha máxima no elemento estrutural simplificado, maiores ou iguais àquelas encontradas quando não se faz a simplificação.

São apresentadas na Figura 10 as curvas que definem a flecha máxima e a tensão máxima na laje de concreto em função da largura b_v da laje, sendo o problema simulado apenas por elementos

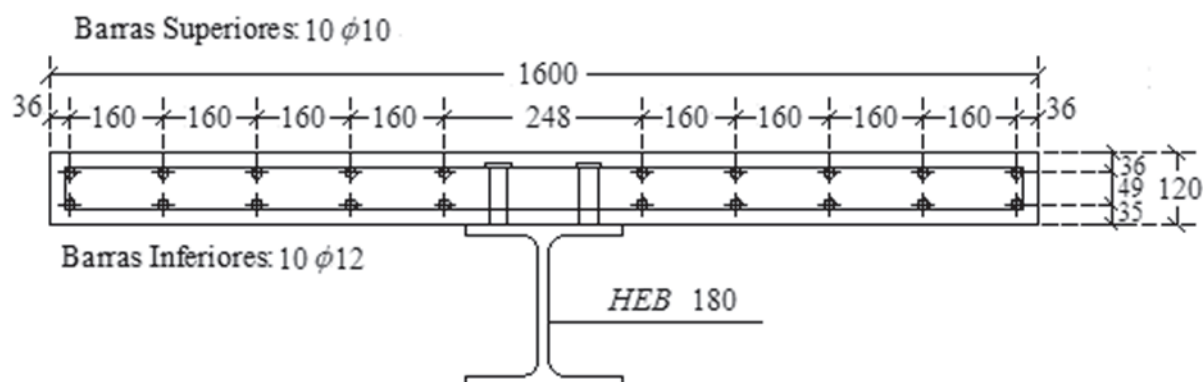


Figura 11

Seção transversal da viga mista (cotas em mm)

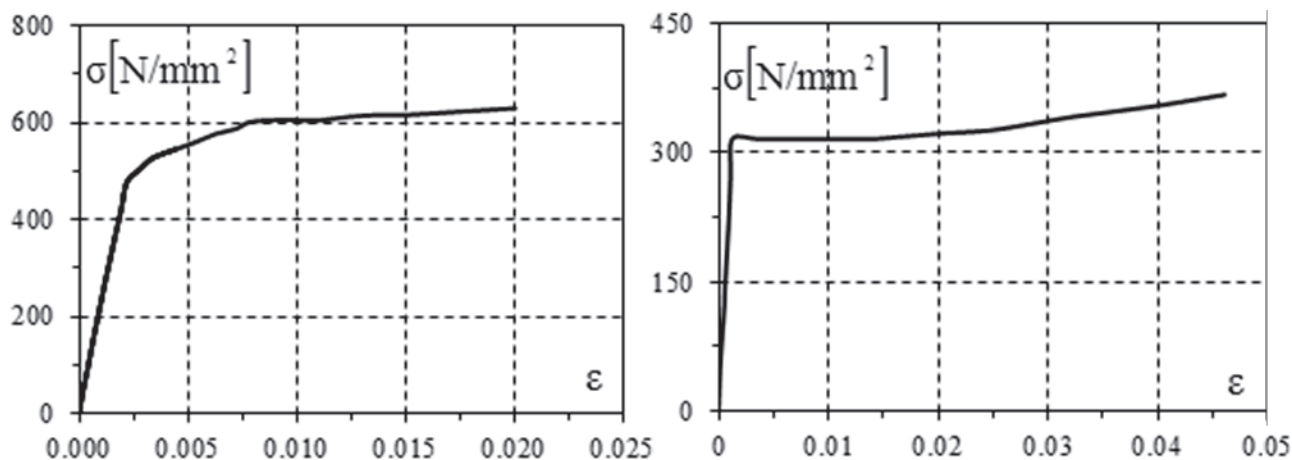


Figura 12

Curva tensão-deformação do aço para as barras de reforço (a) e perfil (b)

de viga e interface. Essas curvas foram determinadas para a viga mista da Figura 8 com RM.

Com as curvas da Figura 10 e os valores da tensão e da flecha máxima que são obtidas a partir da análise de placa mais viga, pode-se determinar qual a largura efetiva da viga mista que atende aos critérios de tensão máxima e flecha máxima. Na Tabela 2 são mostrados os valores da largura da laje de concreto da viga mista que satisfazem a esses critérios.

Da Tabela 2 verifica-se que a definição do valor da largura efetiva depende de qual critério que se deseja satisfazer. Para o exemplo em específico analisado, o critério de tensão máxima é menos rigoroso que o critério de flecha máxima, ou seja, com uma largura efetiva da laje de concreto de 2,35m a flecha máxima avaliada na análise simplificada é igual à flecha na análise de placa mais viga. Já a força resultante da distribuição de tensão normal na laje de concreto na fibra mais comprimida avaliada na análise simplificada é maior que a esperada na análise de placa mais viga, portanto, a

favor da segurança. Na Tabela 2 é mostrado também que a Equação (1) para a largura efetiva fornece valores conservativos para o problema analisado em relação ao critério de tensão máxima.

4.2 Viga mista aço-concreto – análise não linear

Uma viga mista simplesmente apoiada de vão 3,8m com seção transversal dada pela Figura 11 foi levada ao colapso por meio de duas cargas concentradas igualmente espaçadas de 0,5m do meio do vão. Todos os procedimentos experimentais podem ser vistos em Amadio *et al.* [26]. A conexão entre a laje de concreto e o perfil de aço italiano modelo HEB 180 foi feita por meio de 56 conectores do tipo pino com cabeça dispostos em pares e igualmente espaçados a partir de 10cm das extremidades da viga mista. Essa configuração da conexão confere a viga mista uma análise de interação total.

As propriedades mecânicas dos materiais foram obtidas por meio de ensaios de laboratório realizados por Amadio *et al.* [26].

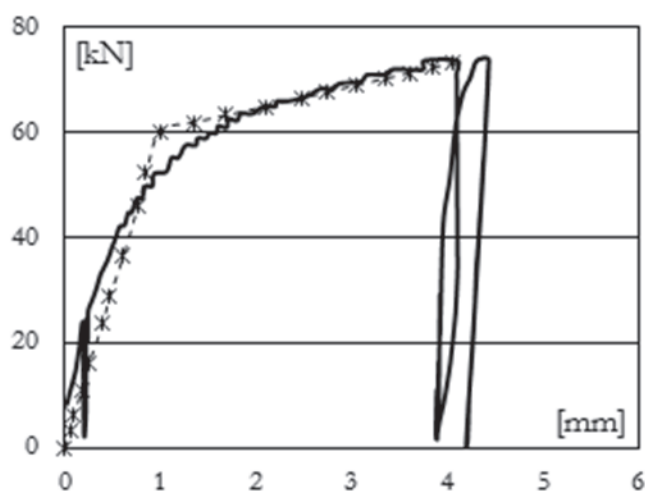


Figure 13

Força cortante versus deslocamento para um conector

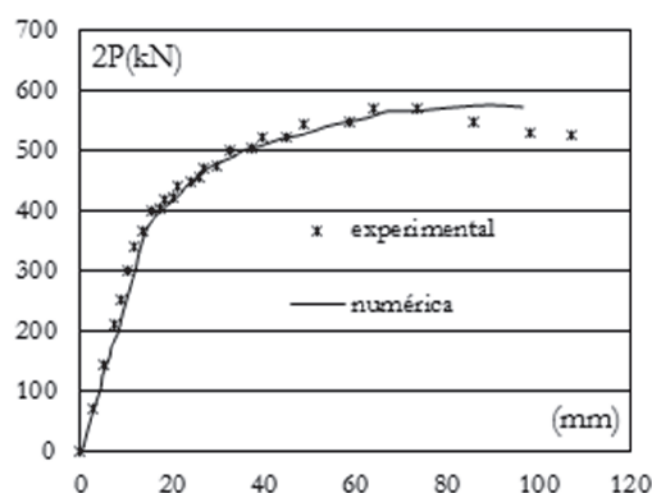


Figura 14

Curva carga-deslocamento no meio do vão

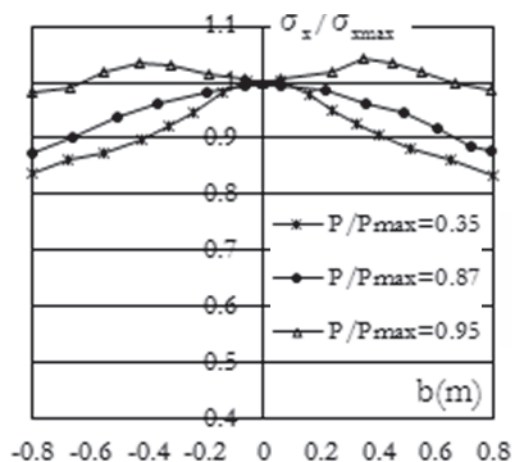


Figura 15

Variação da tensão normal ao longo da largura da laje de concreto (interação total)

Na Figura 12 são mostradas as curvas da tensão-deformação das barras de reforço e do perfil de aço. Na Figura 13 é mostrado o resultado do ensaio força cortante versus deslizamento para um conector segundo o procedimento descrito no Eurocode 4 [21]. Na mesma figura é mostrada uma aproximação bi-linear para a curva experimental utilizada na análise numérica desse trabalho. A resistência à tração e compressão, e o módulo de deformação axial do concreto são, respectivamente, $f_c = 34,5$ MPa, $f_t = 3,32$ MPa e $E_c = 36744$ MPa.

A Figura 14 compara o resultado numérico obtido nesse trabalho com o resultado experimental obtido por Amadio *et al.* [26]. Na análise numérica foi usado o elemento de placa para simular o comportamento da laje de concreto, o elemento de viga para o perfil de aço e o elemento de interface para a conexão deformável. Devido à simetria do problema, apenas metade da viga foi

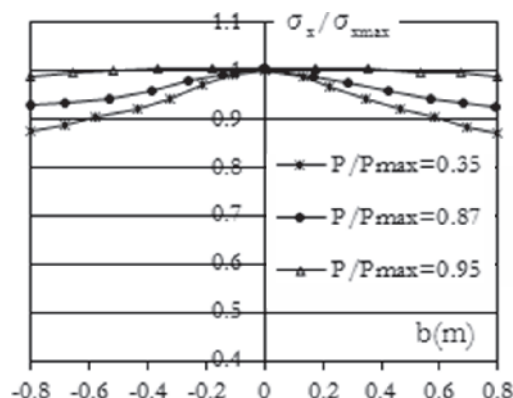


Figura 16

Variação da tensão normal ao longo da largura da laje de concreto (interação parcial)

discretizada em elementos finitos, sendo utilizada uma malha de 6 elementos de placa e 3 elementos de viga e interface. Como pode ser observado na Figura 14 os elementos implementados nesse trabalho fornecem um bom resultado para o problema de viga mista analisado.

A variação da tensão normal ao longo da largura da laje de concreto foi avaliada para a viga mista analisada em diferentes níveis de carregamento, como é mostrado na Figura 15. Como já descrito por outros autores [3,4,26], a largura efetiva aproxima da largura da laje de concreto quando a viga mista aproxima do colapso. Isto pode ser visto na figura com a diminuição do efeito “shear lag” à medida que a relação P/P_{max} aumenta.

O número de conectores utilizados na conexão da laje de concreto ao perfil de aço da viga mista analisada confere a praticamente uma interação total na seção mista. Com o objetivo de avaliar o grau de rigidez da conexão na avaliação da largura efetiva foi analisada numericamente a mesma viga admitindo uma configu-

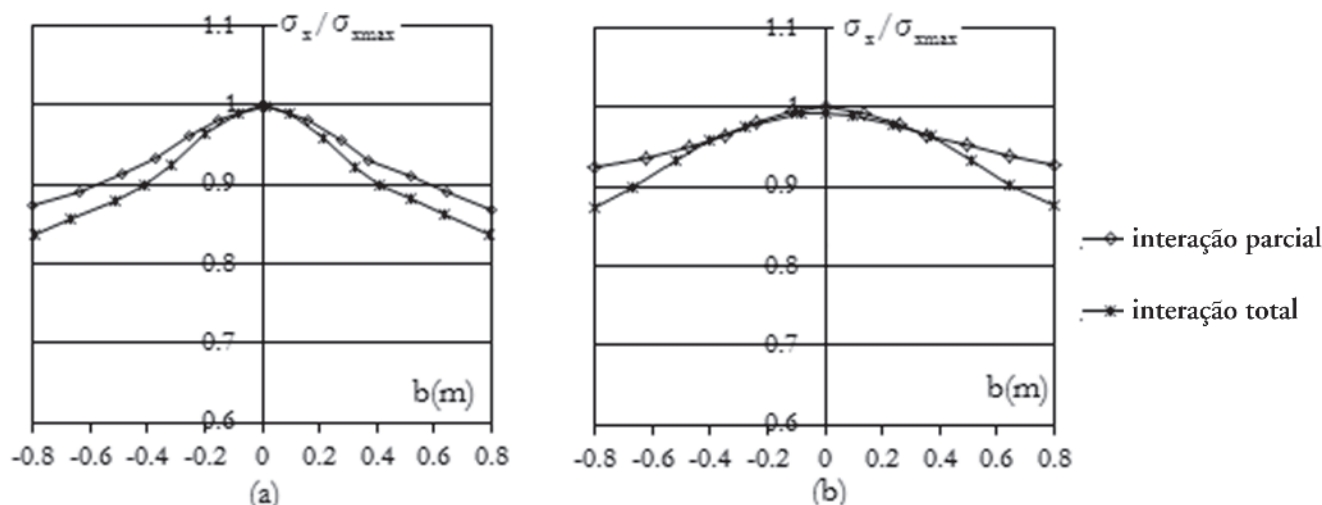


Figura 17

Comparação do efeito “shear lag” na interação total e parcial para o nível de carregamento (a) $P/P_{max} = 0.35$ e (b) $P/P_{max} = 0.87$

Tabela 3
Largura efetiva

Interação	Nível de carregamento	$\int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x dy$ (kN/m)	$\sigma_x(y=0)$ (kPa)	b_{ef} (m)
Total	P/Pmax = 0,35	-17902,2	-12249,5	1,46
	P/Pmax = 0,87	-52989,9	-34786,8	1,52
Parcial	P/Pmax = 0,35	-15766,1	-10563,3	1,49
	P/Pmax = 0,87	-54479,8	-35468,5	1,54

ração da conexão que lhe confere uma intenção parcial. Para isto, a rigidez da conexão foi dividida à metade, ou seja, em vez de 56 conectores distribuídos em pares foi considerado 28 conectores distribuídos em apenas uma linha. O resultado da variação do efeito “shear lag” para essa nova configuração da conexão é mostrado na Figura 16.

A Figura 17-a compara, para o nível de carregamento P/Pmax = 0,35, os resultados obtidos considerando interação total (56 conectores) e interação parcial (26 conectores). O mesmo acontece na Figura 17-b para o nível de carregamento P/Pmax = 0,87. Observa-se nessas figuras que a redução da rigidez diminui o efeito “shear lag” na laje de concreto, ou seja, a largura efetiva é maior. Na Tabela 3 são mostradas essas larguras efetivas obtidas usando a Equação (1) definida anteriormente. Devido, provavelmente, a uma relação vão/largura da laje de concreto grande, observa-se uma pequena variação da tensão normal ao longo da largura da laje de concreto, o que resulta em uma largura efetiva próxima a largura da laje de concreto, como pode ser visto na Tabela 3. Observa-se também na Tabela 3, que a largura efetiva aumenta como o aumento da relação P/Pmax e com a diminuição da rigidez da conexão.

5. Conclusões

Nesse trabalho é utilizada a análise numérica para a verificação da influência da interação parcial na determinação da largura efetiva de vigas mistas aço-concreto. Para isso o problema de viga mista formada por uma laje de concreto associada a uma viga de aço através de uma conexão deformável é simulada usando elementos de placa, viga e interface. No primeiro exemplo é feito uma análise linear de uma viga mista considerando diferentes valores para a rigidez longitudinal. Já no segundo exemplo uma viga mista foi levada ao colapso considerando também diferentes valores para a rigidez longitudinal. Em ambos os casos foi possível avaliar a relevância do grau de interação da viga mista na determinação da largura efetiva. Os resultados mostram que a largura efetiva tem uma relação inversa com a rigidez da conexão, ou seja, quando mais rígida for a conexão menor a largura efetiva para que a análise aproximada da laje de concreto por um elemento de barra dê resultados compatíveis com a análise usando elemento de placa. Isso se deve ao efeito “shear lag” que é mais significativo para valores maiores da rigidez da conexão. Por fim, outra observação importante que a largura efetiva aproxima da largura da laje de concreto quando a viga mista aproxima do colapso. Isto fica evi-

dente já que a carga última leva a uma uniformização da distribuição da tensão ao longo da largura da laje de concreto, portanto, diminuindo o efeito “shear lag” e consequentemente aumentando a largura efetiva.

6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a Universidade Federal de Ouro Preto/PROPEC, o CNPq, e a FAPEMIG, pelo apoio financeiro.

7. Referências bibliográficas

- [1] AMADIO C., FRAGIACOMO M. Effective width evaluation for steel-concrete composite beams. *Journal of Constructional Steel Research*, v.58, n.3, 2002; p. 373-388.
- [2] CHIEWANICHAKORN M., AREF A.J., CHEN S.S., AHN I.S. Effective flange width definition for steel-concrete composite bridge girder. *Journal of Structural Engineering*, v.130, n12, 2004; p.2016-2031.
- [3] CASTRO J.M., ELGHAZOUALI A.Y., IZZUDDIN B.A. Assessment of effective slab widths in composite beams. *Journal of Constructional Steel Research*, v.63, 2007; p.1317-1327.
- [4] NIE J-G., TIANA C-Y, CAIB C.S. Effective width of steel-concrete composite beam at ultimate strength state. *Engineering Structures*, v.30, 2008; p.1396-1407.
- [5] AHN I-S., CHIEWANICHAKORN M., CHEN S. S., AREF A. J. Effective flange width provisions for composite steel bridges. *Engineering Structures*, v.26, 2004; p.1843-1851
- [6] ADEKOLA A. O. Effective width of composite beams of steel and concrete. *The Structural Engineer*. v.46, n.9, 1968; p.285-294.
- [7] ALLEN D. N. G., SEVERN R. T. Composite action between beams and slabs under transverse load. *The Structural Engineer* v.39, Part I, 1961; p.149-54.
- [8] ANSOURIAN P. An application of the method of finite elements to the analysis of composite floor systems. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. v.59, 1975; p.699-726.
- [9] ANSOURIAN P., AUST M. I. E. The effective width of continuous composite beams. *Civil Engineering Transitions* v.25, n.1, 1983; p.63-72.
- [10] HEINS C.P., FAN H.M. Effective composite beam width at ultimate load. *Journal of Structural Division, ASCE* v.102, n. 11, 1976; p.2163-2179.
- [11] ELKELISH S., ROBINSON H. Effective widths of composite

- beams with ribbed metal deck. *Canadian Journal of Civil Engineering* v.13, n.5, 1986; p.75-82.
- [12] AMADIO C., FEDRIGO C., FRAGIACOMO M., MACORINI L. Experimental evaluation of effective width in steel-concrete composite beams. *Journal of Constructional Steel Research* 60, 2004; p.199-220.
- [13] ABAQUS (2008). Standard user's manual. 6.8-1. ed. USA: Hibbitt, 2008.
- [14] FAHMY E. H., ROBINSON H. Analyses and tests to determine the effective widths of composite beams in unbraced multistory frames. *Journal of Civil Engineering* v.13, n.1 1986; p.66-75.
- [15] SILVA A. R. Numerical Analysis of Structural Elements with Partial Interaction, Ouro Preto, 2010, Doctoral Thesis, Post-graduation Program in Civil Engineering, Federal University of Ouro Preto, 180 p.
- [16] BATHE, K. J. Finite element procedures, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1996, 1037 p.
- [17] HUANG Z. BURGESS I.W., PLANK R.J. Modelling Membrane Action of Concrete Slabs in Composite Buildings in Fire. Part I: Theoretical Development. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. v.129, n.8, 2003a; p.1093-1102.
- [18] ROTS, J. G., KUSTERS, G.M.A, BLAAUWENDRAAD, J. The need for fracture mechanics options in finite element models for concrete structures. *Proc., Int. Conf. On Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*. v.1, Part 1, 1984; p.19-32.
- [19] HUANG, Z. BURGESS, I.W., PLANK, R.J. Modelling Membrane Action of Concrete Slabs in Composite Buildings in Fire. Part II: Validations. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. v.129 n.8, 2003b; p.1103-1112.
- [20] AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE). Finite element analysis of reinforced concrete. New York, 1982.
- [21] COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION. Design of composite steel and concrete structures part I: general rules and rules for buildings. – EUROCODE 4, Brussels, Belgium, 2004.
- [22] SOUSA JR. J. B. M., SILVA, A. R. Nonlinear analysis of partially connected composite beams using interface elements. *Finite Elements in Analysis and Design*. v.43, 2007; p.954-964.
- [23] SILVA A. R., SOUSA JR J. B. M. A family of interface elements for the analysis of composite beams with interlayer slip. *Finite Elements in Analysis and Design*. v.45, 2009; p.305-314.
- [24] SOUSA JR J. B. M., CLÁUDIO E. M. O., SILVA A. R. Nonlinear analysis of partially connected composite beams using interface elements. *Journal of Constructional Steel Research*. v.6, 2010; p.772-779.
- [25] OLLGAARD, J. G., SLUTTER, R. G., FISHER, J. W. Shear strength of stud connectors in lightweight and normal-weight concrete. *AISC Engineering Journal*. 1971; p.55-64.
- [26] AMADIO C., FEDRIGO C. Experimental evaluation of Effective width in steel-concrete composite beams. *Journal of Constructional Steel Research*. v.60, n2, 2004; p.199-220.